CHAPITRE 11 - EQUATION

I Vocabulaire

$\underbrace{2x + 5}_{1^{er}\text{ membre}} = \underbrace{4x - 3}_{2^{e}\text{ membre}}$ est une **équation du 1er degré à une inconnue**

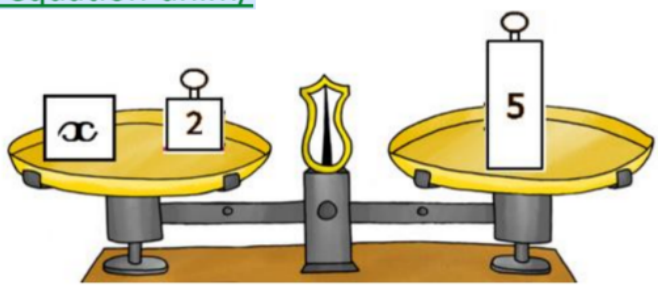
Résoudre une équation à une inconnue, c'est chercher la ou les valeurs de l'inconnue qui vérifie(nt) cette égalité. Ces valeurs sont les **solutions** de l'équation.
Ici le nombre x = 4 vérifie l'égalité et est <u>**la**</u> solution de l'équation.
1er membre : $2 \times \underline{4} + 5 = 13$ 2^{e} membre : $4 \times \underline{4} - 3 = 13$

II Résoudre une équation

<u>Règle :</u> **Dans une équation, on a le <u>droit d'additionner ou de soustraire un même nombre</u>,** de multiplier ou de diviser par un même nombre non nul**, <u>chaque membre</u> de l'équation <u>afin d'isoler l'inconnue.</u>**

<u>Exemples :</u>

https://www.mathix.org/equation-anim/



Pour résoudre l'équation, il faut « isoler x» dans le membre de gauche.

<u>Avec des additions et des soustractions :</u>

1) $x + 2 = 5$

$x + 2 - \mathbf{2} = 5 - \mathbf{2}$ ← on soustrait 2 <u>**à chaque membre**</u> de l'équation

$x = 3$

L'équation **a +** x **= b** admet pour solution x **= b – a**

<u>Avec des multiplications ou des divisions :</u>

2) $3x = 8$

$\dfrac{3x}{3} = \dfrac{8}{3}$ ← on divise par 3 <u>**chaque membre**</u> de l'équation

$x = \dfrac{8}{3}$

L'équation **a**x **= b** avec $a \neq 0$ a pour solution $x = \dfrac{b}{a}$

Exemple 1 : équation de la forme $ax + b = c$

$$2x + 5 = 10$$
$$2x + 5 - 5 = 10 - 5$$ ← on soustrait 5 **à chaque membre** de l'équation
$$2x = 5$$
$$x = 2{,}5$$

Exemple 2 : équation de la forme $ax + b = cx + d$

$$7x + 3 = 4 - 2x$$
$$7x + 3 + 2x = 4 - 2x + 2x$$ ← On regroupe les termes en x dans un seul membre
$$9x + 3 = 4$$
$$9x + 3 - 3 = 4 - 3$$ ← On regroupe les constantes dans l'autre membre
$$9x = 1$$ ← On réduit, on est ramené à l'équation $ax = b$ d'où…
$$x = \frac{1}{9}$$

La solution de l'équation est $\frac{1}{9}$.

Exemple 3 : $\frac{x}{2} = \frac{3}{5}$ On utilise l'égalité des produits en croix : $x = (2 \times 3) \div 5$

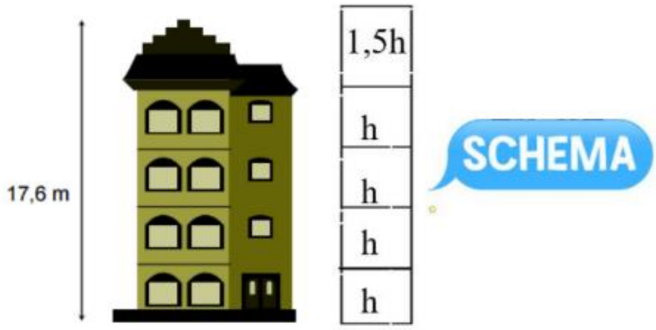
Donc $x = 1{,}2$

III Problème

Un immeuble de 4 étages (ou 4 niveaux) mesure 17,6 mètres de haut.

La hauteur du toit est 1,5 fois celle d'un étage.

Quelle est la hauteur d'un étage?



Dans un problème faisant appel à une mise en équation, il s'agit de respecter le procédé de résolution. Pour cela, il faudra suivre les cinq étapes ci-dessous :

1) **Choix de l'inconnue :** soit **h la hauteur d'un étage**
2) **Mise en équation :** $4h + 1.5h = 17{,}6$
3) **Résolution de l'équation :** $5.5h = 17{,}6$

   $h = 17{,}6 \div 5{,}5$

   $h = 3{,}2$
4) **Conclusion** : Un étage mesure 3,2 m.
5) **Vérification** : 3,2 x 4 + 3,2 x 1,5 = 17,6.

IV Equations produit nul

Propriété : **Si a x b = 0 alors a = 0 ou b = 0.**
Si un produit de facteurs est nul alors au moins un des facteurs est nul.

Exemple :

Résoudre l'équation : $(2x+3)(5x-4)=0$

Si $(2x+3)(5x-4)=0$ alors

$2x+3=0$ ou $5x-4=0$

donc $x=-\frac{3}{2}$ ou $x=\frac{4}{5}$

L'équation $(2x+3)(5x-4)=0$ admet **deux solutions** : $-\frac{3}{2}$ **et** $\frac{4}{5}$

Remarque 1 :

Résoudre $x^2-6^2=0$ revient alors à résoudre $(x-6)(x+6)=0$

En utilisant l'identité remarquable **$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$**

avec a = et b = 6 on obtient $x=6$ ou $x=-6$

Remarque 2 : L'équation $x^2=5$ revient à résoudre $x^2-(\sqrt{5})^2=0$ c'est-à-dire

$(x-\sqrt{5})(x+\sqrt{5})=0$ donc $x=\sqrt{5}$ ou $x=-\sqrt{5}$