

CHAPITRE 10 – ARITHMETIQUE

I Divisibilité

a. Diviseurs et multiples

Définition : Un nombre a est **divisible** par un nombre b lorsque le **reste de la division euclidienne** de a par b est **nul**, c'est-à-dire lorsque $a \div b$ est un nombre entier (reste 0).

Exemple : 18 est **divisible** par 6 car $18 \div 6 = 3$ reste 0

On dit que 6 est un **diviseur** de 18 et que 18 est un **multiple** de 6.

- ✓ Citer d'autres diviseurs de 18 :
- ✓ Citer 2 nombres qui ne sont pas des diviseurs de 18 :

Remarque : 1 est un diviseur de tout entier et chaque entier est divisible par lui-même.

Critères de divisibilité : Un nombre entier est divisible :

- **par 2**, si son chiffre des unités est **pair**, (ex :)
- **par 5**, si son chiffre des unités est **0 ou 5**, (ex :)
- **par 10**, si son chiffre des unités est **0**, (ex :)
- **par 3**, si **la somme de ses chiffres est divisible par 3**, (ex :)
- **par 9**, si **la somme de ses chiffres est divisible par 9**. (ex :)



Application :

- ✓ Trouver tous les diviseurs de 60 :

b. Nombres premiers

Définition : Un nombre est **premier** lorsqu'il est divisible par exactement 2 nombres : 1 et lui-même.

Exemples : 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, et 97 ... sont des nombres premiers. Cette liste est infinie.

Remarque : 1 n'est pas premier car il ne possède qu'un seul diviseur : lui-même.

Application :

- ✓ 12 est-il premier ?

II Comment décomposer en produit de facteurs premiers

Propriété : Tout nombre entier non premier peut s'écrire comme un produit de nombres premiers. Cette décomposition en facteurs premiers est **UNIQUE**.

Exemple : $12 = 2 \times 2 \times 3$ (chaque facteur est un nombre premier !) on peut s'aider d'un schéma



Point Méthode

Méthode : Pour décomposer 252 en facteurs premiers, on va déterminer ses diviseurs premiers dans l'ordre croissant

- 252 est divisible par 2 : $252 = 2 \times 126$
- 126 est divisible par 2 : $252 = 2 \times 2 \times 63$
- 63 est divisible par 3 : $252 = 2 \times 2 \times 3 \times 21$
- 21 est divisible par 3 : $252 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 7$

7 est premier donc la décomposition est terminée.

On obtient ainsi : $252 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 7 = 2^2 \times 3^2 \times 7$

$$\begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 252 & 2 \\ 126 & 2 \\ 63 & 3 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

Avec la calculatrice :

252 exe sec Decom



Taper le nombre
Puis **EXE** ;
et pour obtenir la
décomposition :

SECONDE **F** (Décomp)



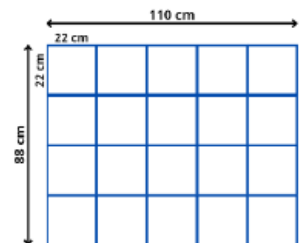
$$280 \sqrt{\square} \square \blacktriangle$$
$$2^3 \times 5 \times 7$$

Application 1 : Un ouvrier dispose de plaques de métal de 110 cm de longueur et de 88 cm de largeur. Il a reçu la consigne suivante : « Découper dans ces plaques des carrés tous identiques, les plus grands possibles, de façon à ne pas avoir de perte ». Quelle sera la longueur du côté d'un carré ?

$$110 = 2 \times 5 \times 11$$

$$88 = 2 \times 2 \times 2 \times 11$$

Le plus grand diviseur commun à 110 et 88 est 2×11 soit 22cm. Il devra découper des carreaux de 22 cm de côté.



Application 2 : Un chocolatier dispose de 1155 chocolats en forme de cœur et 255 chocolats Cupidon. Il veut réaliser des ballotins pour la Saint Valentin de même composition en utilisant tous ses chocolats.

- 1) Peut-il réaliser 15 ballotins ?
- 2) Peut-il réaliser 25 ballotins ?
- 3) Quel est le nombre maximal de ballotins qu'il peut réaliser ?

III Simplifier une fraction

Simplifier la fraction $\frac{84}{30}$:

On peut décomposer le numérateur et le dénominateur en produit de facteurs premiers.

$$\frac{84}{30} = \frac{2^2 \times 3 \times 7}{2 \times 3 \times 5} = \frac{2 \times \cancel{2} \times \cancel{3} \times 7}{\cancel{2} \times \cancel{3} \times 5} = \frac{2 \times 7}{5} = \frac{14}{5}$$

Remarque : Une fraction simplifiée au maximum est une fraction dite irréductible.