3

De la mathématisation de la syllogistique et de la naissance de l'histoire de la logique mathématique

AIMABLE-ANDRÉ DUFATANYE [*]

1. INTRODUCTION

Leibniz s'est intéressé très tôt à la question des raisonnements rigoureux et précis. Cet intérêt est resté présent à travers toute son œuvre. Selon lui, l'idéal de raisonnement rigoureux se trouve dans le calcul logique, et conséquemment il lui a consacré plusieurs études. [1] Il a essayé de construire plusieurs systèmes de calcul logique. Dans ces recherches, les travaux d'Aristote et notamment ceux portant sur la logique lui ont servi de modèle de raisonnement rigoureux. Il a ainsi consacré un travail laborieux à l'étude de la théorie syllogistique d'Aristote à laquelle il a appliqué une relecture utilisant les outils mathématiques de son époque. Il a élaboré une arithmétisation de la syllogistique. Łukasiewicz procédera de façon analogue quelques trois siècles

1. Couturat, grand connaisseur de Leibniz, nous rapporte que : « Leibniz n'a pas construit un système de Calcul logique ; il en a ébauché plusieurs successivement, sans en adopter définitivement aucun pour le développer et l'achever [...]. Nous avions discerné trois époques où Leibniz s'était principalement occupé du calcul logique ; or nous avons trouvé des opuscules datés précisément de ces trois époques (1679, 1686, 1690), et l'ordre qu'ils assignent aux divers systèmes est bien celui que leur étude intrinsèque et comparative nous avait conduit à leur assigner ». Cf. Louis Couturat, *La Logique de Leibniz d'après les documents inédits*, 2e éd. (Hildesheim : Georg Olms Verlagsbuchhandlung, 1961), chap. VIII §0 p. 323.

[*]Aimable André Dufatanye, Maître de Conférences, Université Catholique de Lyon.
Courriel : adufatanye@univ-catholyon.fr

plus tard. Nous démontrerons, dans ce texte, qu'en introduisant l'idée originale d'une procédure de rejet et en réussissant à mathématiser plus finement la syllogistique, Łukasiewicz a rétabli le travail d'arithmétisation de la syllogistique du polymathe allemand. En démontrant que l'interprétation leibnizienne fondée sur l'idée d'arithmétisation est en parfaite harmonie avec les axiomes et les théorèmes de son système axiomatique de la syllogistique aristotélicienne, Łukasiewicz a non seulement souligné l'importance de l'œuvre de Leibniz, mais aussi et surtout il a mis en valeur l'idée de mathématisation [2] qui la sous-tend. Il s'en est également inspiré pour fonder la méthode ingénieuse d'user des outils mathématiques pour relire et analyser les textes anciens de logique en particulier les différents traités regroupés sous le titre d'*Organon*. Le travail réussi de mathématisation a contribué à donner plus de valeur à la théorie des syllogismes d'Aristote. Il a également permis d'établir de façon explicite un pont entre la logique ancienne et la logique moderne ou mathématique. Il a ainsi ouvert le champ à d'importantes nouvelles recherches dans le domaine de l'histoire de la logique.

La première partie de cet article est consacrée à la présentation sommaire du travail d'arithmétisation de la syllogistique réalisé par Leibniz. La deuxième partie expose comment Łukasiewicz, en axiomatisant et en formalisant la syllogistique, parvient à revaloriser l'intuition de son prédécesseur Leibniz et à donner plus de vigueur et de sens à l'idée de mathématisation de la logique ancienne. Dans la troisième partie, nous montrons que la thèse de Łukasiewicz, selon laquelle la logique mathématique moderne est un prolongement de la logique ancienne, a contribué, de façon significative, à l'émergence d'un nouveau paradigme épistémologique dans lequel s'inscrit la naissance de l'étude moderne de l'histoire de la logique formelle.

2. ARITHMÉTISATION DE LA THÉORIE DES SYLLOGISMES PAR LEIBNIZ

Leibniz a consacré, à différentes périodes, plusieurs travaux au calcul logique. Partant des dates de rédaction des différents opuscules portant sur la logique, Couturat a distingué trois époques (1679, 1689, 1690) de recherches logiques de Leibniz. Dans cette étude, nous nous intéressons aux travaux de

2. Nous entendons par « mathématisation », suivant la définition donnée par Sylvain Auroux, l'« action d'utiliser des instruments fournis par la discipline mathématique dans les représentations de leurs objets par d'autres disciplines ». Cf. Sylvain Auroux, « Mathématisation de la linguistique et nature du langage », *Histoire Epistémologie Langage* 31, n° 1 (2009) : 1959.

la première époque et en particulier aux travaux d'arithmétisation dans leur version d'avril 1679 [3]. Leibniz, dans son projet de mathématisation de la logique ancienne n'a pas pensé qu' à l'arithmétisation (assigner aux concepts les nombres caractéristiques et calculer pour distinguer les raisonnements valides de ceux qui ne le sont pas). Il a également pensé à une forme d'algébrisation (entre autres, en utilisant les lettres pour formaliser les concepts et établir les lois du calcul logique). Dans cet article, nous nous limitons au travail d'arithmétisation dans l'objectif de mettre davantage en exergue l'idée de nombre caractéristique développée principalement dans la première époque et celle de l'analogie entre la composition des termes et la multiplication des nombres qui, pour Leibniz, semble relever d'un isomorphisme important. Nous estimons que ces idées sont, entre autres, à la base de l'entreprise de mathématisation de la logique ancienne dont nous cherchons à étudier les racines.

Dans son travail d'arithmétisation de la logique aristotélicienne, Leibniz s'est appliqué à trouver des expressions arithmétiques traduisant les quatre types de propositions A, I, E, O du carré logique, telles que tous les modes valides du syllogisme correspondent à des expressions arithmétiques vraies et tous les modes invalides, à des faussetés arithmétiques. Cette traduction, dans son idée, devait être telle qu'à partir d'un calcul des expressions arithmétiques traduisant les quatre types de propositions, il soit possible de déterminer si telle ou telle autre inférence (syllogisme, loi de conversion) est valide ou pas. Leibniz fut naturellement amené par ces considérations à représenter la composition logique par la multiplication arithmétique, à figurer les concepts simples par les nombres premiers et les concepts complexes par les nombres composés à partir des nombres premiers. On peut affirmer avec Couturat que cela constitue le principe du système élaboré par Leibniz dans une série d'essais datés d'avril 1679. La règle de composition des caractères est la suivante : un terme composé de plusieurs termes simples sera représenté par le produit des nombres premiers qui correspondent à ses termes simples [4]. Cette règle qui vaut d'un bout à l'autre des recherches d'avril 1679 et qui

3. Cette version n'avait pas été publiée avant 1903. Cf. Gottfried Wilhelm Leibniz, *Opuscules et Fragments inédits de Leibniz : extraits des manuscrits de la Bibliothèque royale de Hanovre*, éd. par Louis Couturat (Paris : F. Alcan, 1903), 77-82.

4. Couturat, *La Logique de Leibniz d'après les documents inédits*, chap. VIII §2, 326.

est rappelée dans différents fragments [5] est d'une importance capitale dans le travail d'arithmétisation de la syllogistique.

L'interprétation arithmétique de Leibniz repose sur une corrélation qu'il établit entre des variables de la syllogistique et des paires ordonnées de nombres naturels premiers entre eux. Les règles de traduction sont les suivantes : chaque proposition a deux termes : un sujet et un prédicat. A chaque terme (pris comme variable) on assigne une séquence ordonnée de deux nombres premiers entre eux, le premier positif et le second négatif.

- La proposition de forme A (universelle affirmative) : « Tout a est b » est obtenue si tout nombre assigné au prédicat divise le nombre correspondant assigné au sujet. Ainsi donc dans la proposition « Tout a est b », en ayant fait correspondre au terme a deux nombres disons $a1$ et $-a2$ premiers entre eux et à la variable b deux nombres premiers entre eux disons $b1$ et $-b2$, la proposition « Tout a est b » est vraie si et seulement si $b1$ divise a1 *et* $-b2$ divise $-a2$.
- Si l'une de ces deux conditions ci-dessus n'est pas remplie la proposition « Tout a est b » est fausse et donc sa contradictoire, la proposition de type O (particulière négative) : « Tout a n'est pas b » ou « Quelque a n'est pas b » est vraie.
- La proposition de type I (particulière affirmative) « quelque a est b » est vraie si, et seulement si, $a1$ est premier par rapport à $-b2$ *et* $-a2$ premier par rapport à $b1$. Si l'une de ces conditions n'est pas remplie, la proposition « quelque a est b » est fausse et sa contradictoire, la proposition E : « aucun a n'est b » est dans ce cas vraie.
- Une proposition de type E (universelle négative) est donc obtenue quand deux des nombres non-correspondants (c'est-à-dire le nombre positif assigné au sujet et le nombre négatif assigné au prédicat, *ou* bien le nombre négatif assigné au sujet et le nombre positif assigné au prédicat) ont un diviseur commun. Dans le cas inverse c'est-à-dire si aucune paire n'a de diviseur commun, nous obtenons une proposition de type I.

Illustrons par des exemples concrets : soit à traduire les quatre propositions différentes de types A, O, E, I.

- A : « Toutes les vaches sont cornues »
- O : « Quelques cornus ne sont pas vaches »

5. Gottfried Wilhelm Leibniz, *Recherches générales sur l'analyse des notions et des vérités : 24 thèses métaphysiques et autres textes logiques et métaphysiques*, Epiméthée (Paris : Presses universitaires de France, 1998), 41.

— E : « Aucun cornu n'est humain »
— I : « Quelque animal est humain »

Assignons au terme « vache » les nombres suivants : +20,-21, au terme « cornu » les nombres : +10,-3, au terme « humain » les nombres : +5,-14 et au terme « animal » les nombres : +11,-9.

La proposition de type A : « Toutes les vaches sont cornues » sera traduite par : +20,-21 ; + 10,-3 puisque +10 divise +20 *et* -3 divise –21. La proposition de type O : « Quelques cornus ne sont pas vaches » sera traduite par : +10,-3; +20,-21 car +20 ne divise pas +10 et -21 ne divise pas -3 (mentionnons ici qu'une seule condition est requise; il aurait suffi seulement que 20 ne divise pas 10 ou seulement que -21 ne divise pas -3 pour que nous ayons une proposition contradictoire à A et donc de type O. La proposition de type E « Aucun cornu n'est humain » sera traduite par +10,-3; +5,-14 car +10 et -14 (qui peuvent se décomposer en facteur premier, respectivement, comme suit : +5 x 2 et -7 x 2) ont un diviseur commun « 2 ». La proposition de type I « Quelque animal est humain » sera traduite par +11,-9; +5,-14 car ni +11 et -14 ni -9 et +5 n'ont de diviseurs communs.

Soit maintenant à prouver la validité ou la non-validité de la suite des propositions suivantes :

Toutes les vaches sont cornues
Aucun cornu n'est humain
Aucun humain n'est vache

En gardant pour les termes les mêmes assignations que ci-dessus, la traduction du syllogisme est la suivante :

+20,-21 ; +10,-3
+10,-3; +5,-14
+5,-14; +20,-21

Analysons le résultat :

(a) Dans la première proposition, chaque nombre assigné au prédicat divise le nombre correspondant assigné au sujet (vérification de la forme de type A)

(b) Dans la deuxième proposition (mineure) le nombre positif dans la position du sujet et le nombre négatif dans la position du prédicat ont un diviseur commun « 2 » (vérification de la forme de type E)

(c) Dans la conclusion, le nombre négatif en position du sujet (ou de la séquence assignée au sujet) et le nombre positif de la séquence assignée au prédicat (premier nombre) dans la position du prédicat ont un diviseur commun « 2 ». On peut vérifier que la conclusion ne peut pas être de type A puisque +20 ne divise pas +5 ou -21 ne divise pas -14. La conclusion ne peut pas non plus être de type I puisque -14 et 20 ne sont pas premier entre eux. La conclusion est de type E ; en effet, -14 et +20 qui peuvent s'écrire respectivement +2 x -7 et +2 x10 ont un diviseur commun « 2 ».

(d) Par cette interprétation arithmétique de Leibniz on vient de prouver que notre suite de proposition est un syllogisme valide. Il n'est nul besoin de signaler qu'il correspond au mode CALEMES de la IV^{e} figure.

Beaucoup d'autres démonstrations ont été faites qui attestent de la cohérence entre le système d'arithmétisation de Leibniz et la théorie syllogistique et partant de la validité de ce système. Aussi Leibniz a-t-il démontré dans son système la relation de subalternation entre une proposition de type A et celle de type I en se basant sur le fait que les conditions de validité de A et de I sont symétriques. Ainsi par exemple en assignant au terme « sage » les nombres +70,-33 et au terme « pieux » : +10,-3, de la proposition : « Tous les sages sont pieux » on déduit la proposition « quelque sage est pieux ». L'explication est la suivante : Les nombres 70 et -33 sont par hypothèse premiers entre eux ; or 70 est divisible par 10, et 33 par 3 ; donc 70 ne peut avoir aucun facteur commun avec 3 ni 33 avec 10. Or ce sont là les conditions pour que la proposition I soit vraie.

Leibniz a démontré également *la conversion par contraposition de A.* Soit la proposition suivante de type A « Tout sage est pieux » et sa contraposée de type E « Nul non-pieux n'est sage ». En assignant comme ci-dessus au terme « sage » les nombres :

+70,-33, au terme « pieux » les nombres : +10, -3 et au terme « non-pieux » : +3, -10 ; la traduction de nos deux propositions est la suivante :

Tout sage est pieux
(+70,-33) (+10, -3)

et

Nul non-pieux n'est sage
(+3, -10) (+70,-33)

On constate que la négation d'un terme s'effectue en intervertissant ses deux nombres. Or, puisque par hypothèse 70 est divisible par 10 et 33 par 3, *a fortiori* 33 et 3, 70 et 10 ont des facteurs communs ; la condition de validité d'une proposition E est donc doublement remplie. On doit conclure que l'inférence : « Tout sage est pieux » donc « Nul non-pieux n'est sage » est valide. Autant d'arguments et de démonstrations pour prouver que le système de Leibniz est valable, mais qui vraisemblablement ne convainquent pas Couturat. Ce dernier ne les ignore pourtant pas puisqu'il les expose lui-même dans son livre *La Logique de Leibniz*. Couturat se montre très sceptique quant à la valeur scientifique du système Leibnizien. La raison en étant qu'il présente des lacunes importantes surtout en tant qu'outil (ou procédé) de vérification des syllogismes.

Couturat essaie de montrer que si le système leibnizien permet de vérifier la validité de certains syllogismes, il y en a d'autres pour lesquels cet outil induit en erreur. Ainsi après avoir exposé un exemple corroborant le fait que le système de la notation arithmétique de Leibniz permet la vérification de « certains » syllogismes, Couturat en expose un contre exemple. Commençons par l'exemple suivant : soit la suite de propositions suivante :

Tout sage est pieux
Quelque sage est riche
Donc quelque riche est pieux

En posant comme ci-dessus :
Sage = +70,-33
Pieux = +10,-3
Riche = +8,-11

La traduction arithmétique du syllogisme est :

+70,-33 ; +10,-3
+70,-33 ; +8,-11
+8,-11 ; 10,-3

Les expressions arithmétiques de ces trois termes vérifient les conditions de validité des prémisses et de la conclusion. Ce syllogisme correspond au mode DATISI de la troisième figure.

Et en voici un contre exemple[6] :

Soit à déterminer la validité ou la non-validité du raisonnement suivant :

6. Nous trouvons ce contre-exemple dans le livre de Couturat *La logique de Leibniz, d'après des documents inédits*. Couturat, chap. VIII §7 p.334. Cependant il semble, d'après D. Marshall, que ce contre-exemple vienne de Leibniz lui-même, quoiqu'il ne se trouve pas dans l'édition des écrits inédits de Leibniz par Couturat. Cf. David Marshall, « Lukasiewicz, Leibniz and the Arithmetization of the syllogism », *Notre Dame Journal of Formal Logic* 18, n° 2 (avril 1977) : 240.

Tout pieux est heureux
Quelque pieux n'est pas riche
Donc quelque riche n'est pas heureux

En posant comme ci-dessus « pieux » = +10,-3 et « riche » = +8,-11 et en posant « heureux » = + 5,-1 ; la traduction arithmétique du raisonnement est :

+10,-3 ; +5,-1
+10,-3 ; +8,-11
8,-11 ; +5,-1

Dans ce syllogisme, les trois termes vérifient les conditions pour les prémisses – la majeur et la mineure sont respectivement de type A et O : 10 est divisible par 5 et -3 divisible par -1 ; 10 n'est pas divisible par 8 et -3 n'est pas divisible par -11. Celles de la conclusion sont également vérifiées puisque 11 est divisible par 1 mais 8 n'est pas divisible par 5, ce qui suffit à vérifier une proposition de type O. On en déduit naturellement, dans cette notation arithmétique de Leibniz, et selon les règles établies dans ce système, que ce syllogisme est valide. Pourtant dans la théorie des syllogismes d'Aristote ce syllogisme n'est pas du tout valide : comme on peut le constater, le moyen terme occupe la position sujet dans les deux prémisses, par conséquent le syllogisme est de la troisième figure, et le mode serait AOO, or le mode AOO ne fait pas partie des modes valides de la troisième figure.

En effet, Couturat voit dans le contre exemple ci-dessus, une preuve que le système de notation arithmétique de Leibniz n'est pas valable. Et il ajoute que Leibniz lui-même paraît avoir abandonné ce système à cause de ses défauts. [7] Couturat a raison de dire que Leibniz pensait que son système n'était pas satisfaisant. Par ailleurs, comme le remarque justement David Marshall, on peut se demander si Couturat a raison d'affirmer que ce système n'était pas valable et que c'est effectivement à cause de ses nombreux défauts que son auteur lui-même l'a rejeté comme étant dénué de toute valeur. Leibniz s'est sans nul doute rendu compte que pour vérifier la validité des syllogismes, sa méthode arithmétique n'était ni la plus facile ni la plus pratique à utiliser, mais cela ne suffit pas pour déduire qu'il l'a rejeté comme étant sans valeur. En effet, complexité et imperfection ne signifie pas forcément absence de valeur scientifique.

On peut par ailleurs conjecturer que Leibniz en butant sur les difficultés liées à la complexité et à l'imperfection de son système, plutôt que de le

7. Couturat, *La Logique de Leibniz d'après les documents inédits*, chap. VIII §7 p.334.

rejeter comme étant inutile et sans valeur, a préféré essayer autre chose tout en laissant à ses successeurs le soin de le développer ou de l'améliorer et de l'achever. Cette hypothèse est d'autant plus plausible que nous savons de part les écrits de Couturat lui-même que ce système d'arithmétisation de la syllogistique n'est pas le seul système du calcul logique débuté et non achevé par Leibniz. [8]

Łukasiewicz a probablement perçu les choses suivant cette conjecture, et contrairement à ce que furent le regard et les conclusions de Couturat, Łukasiewicz a regardé avec intérêt le travail de Leibniz. Il a ainsi pu s'apercevoir et montrer que le système de Leibniz quoique imparfait était valide et *a fortiori* valable et digne d'intérêt.

Si le système de Leibniz fondé sur la notation arithmétique des syllogismes est valide, comment expliquer le contre exemple ci-haut mentionné ? Pour répondre à cette question reprenons l'étude de l'exemple de Couturat en nous inspirant d'un article de David Marshall. [9]

En posant : « pieux » = $+2^4$x7, -3^3x5 ; « riche » = $+2^2$,-3^9 et « heureux » = + 2,-3^3, la traduction arithmétique de ce syllogisme devient :

$+2^4$ x7, -3^3 x5 ; +2,-3^3
$+2^4$ x7, -3^3 x5 ; $+2^2$,-3^9
$+2^2$,-3^9 ; +2,-3^3

Dans la traduction ci-dessus conformément au calcul de Leibniz, la majeure est de type A et la mineure de type O. Le moyen terme $+2^4$ x 7, -3^3 x 5 occupe la position du sujet dans les deux prémisses. Il s'agit donc d'un syllogisme de la troisième figure. Il serait de mode AOO. Cependant la conclusion ne remplit pas les conditions pour que la conclusion soit de type O, puisque 2^2 est divisible par +2, et -3^9 divisible par -3^3. Et donc le syllogisme n'est pas valide. Que conclure ?

Il est pour le moins surprenant de constater que pour cet ensemble de valeurs, notre syllogisme n'est pas valide alors même qu'avec un autre ensemble de valeurs le même syllogisme s'était avéré valide. Faudrait-il conclure que ce syllogisme est à la fois valide et non valide ou qu'il n'est ni l'un ni l'autre (donc indéterminé), auquel cas on serait amené à conclure que le système d'arithmétisation de Leibniz est soit contradictoire (ou inconsistant au sens

8. Couturat explique que Leibniz a ébauché au moins trois systèmes distincts de calcul logique dont deux se trouvent dans les essais qu'Erdmann et Gerhardt ont publiés. Couturat a trouvé le troisième système dans des manuscrits inédits. Ce troisième système – qui est par ailleurs l'objet de notre étude – est le plus vieux puisqu'il date de 1679 alors que les deux autres datent de 1686 et de 1690. Couturat, chap. VIII §0 p. 323.

9. Marshall, « Lukasiewicz, Leibniz and the Arithmetization of the syllogism ».

de la logique classique) dans le premier cas, soit indécidable dans le deuxième cas? Le fait qu'il y ait un ensemble de valeurs qui vérifient à la fois les prémisses et la conclusion, alors même que le syllogisme n'est pas valide, a sans doute pu contrarier Leibniz. Comment alors sortir de cette impasse? C'est-à-dire comment faire en sorte que les règles nous permettent de dire que le syllogisme est invalide et surtout nous permettent d'avoir un moyen de rejeter logiquement (suivant les règles de la logique et pas de façon arbitraire) tous les syllogismes se trouvant dans le même genre de cas?

En effet, quel crédit doit-on accorder à une méthode de vérification qui ferait d'un syllogisme invalide un syllogisme valide ? Ne faudrait-il pas donc considérer ce système d'arithmétisation de la syllogistique, ce premier grand projet de mathématisation d'un texte logique d'Aristote, comme un échec? Les réponses à ces deux questions seraient restées respectivement « aucune » et « si », et peut-être en aurait-on arrêté par-là la discussion, si Łukasiewicz n'avait pas réussi à trouver un moyen permettant de sortir de cette impasse entre autres, en proposant une formalisation d'une procédure de rejet.

On peut s'inspirer de la procédure de rejet mise en place par Łukasiewicz : en rejetant ce syllogisme de façon axiomatique. Mais pour ne pas risquer d'être obligé, à chaque fois qu'on rencontre un cas différent mais du même genre, de faire un axiome de rejet, il faut trouver un moyen de formuler une règle de rejet qui soit générale (qui, pour ainsi dire, généralise le rejet) et applicable à tous les cas.

Pour essayer de trouver cette formulation du rejet, partons de ces quelques considérations suivantes qu'on vérifie facilement dans le système d'arithmétisation de Leibniz :

Pour certains syllogismes, il existe un ensemble de valeurs donné, qui, utilisé dans la traduction suivant les règles du système, présente le syllogisme comme valide et un autre ensemble de valeurs qui, utilisé dans la traduction du même syllogisme, le présente comme invalide. Plus simplement, pour certains syllogismes, il existe un ensemble de valeurs donné qui les rend valides et un autre ensemble de valeur qui les rend invalides.

Pour tout syllogisme valide il n'existe aucun ensemble de valeur qui puisse être utilisé dans la traduction en respectant les règles du système et présenter le syllogisme comme invalide.

De ces deux remarques on peut déduire une règle générale : si pour un syllogisme on peut trouver au moins une seule instance qui l'invalide alors le syllogisme n'est pas valide; il est valide dans le cas contraire c'est-à-dire si on ne le peut pas. Par voie de conséquence on formulera la règle générale de rejet de la façon suivante : Il suffit pour un syllogisme donné qu'il existe au moins une seule instance (un seul ensemble de valeurs) qui l'invalide pour le rejeter. Avec cette règle on a le moyen d'éliminer non seulement le contre-exemple de Couturat mais aussi tous les syllogismes se trouvant dans le même genre de cas, sans toutefois tomber dans la trivialité, puisque cette règle épargne tous les syllogismes valides ; sachant qu'on vérifie facilement qu'il n'existe aucune instance invalidant ces derniers.

Leibniz n'a sans doute pas eu l'idée de recourir à la procédure de rejet ; il n'a vraisemblablement pas su comment sortir de l'impasse. Si avant Łukasiewicz, comme il l'affirme lui-même, personne n'avait pu formaliser la règle de rejet alors Leibniz était pour ainsi dire tout simplement condamné à passer à autre chose, tout en espérant que ses successeurs poursuivraient son travail inachevé.

Contrairement à ce que pense Couturat, on peut affirmer que ce système de mathématisation des textes d'Aristote ne fut donc pas un échec mais un succès comme nous venons de le montrer en nous appuyant sur les idées de Łukasiewicz et de D. Marshall. Il est possible que Leibniz lui-même n'ait pas évalué à sa juste mesure le degré de réussite de son travail à cause de la difficulté que posait la vérification de certains syllogismes. Enrichi de la procédure de rejet le système de Leibniz acquiert une importance considérable, un système susceptible de fournir une méthode à même de vérifier la validité de toutes les lois de conversion, du carré des oppositions ainsi que tous les modes valides syllogistiques. S'il faut avouer que comme méthode de vérification, le système d'arithmétisation de Leibniz reste trop complexe pour être pratique, il n'en demeure pas moins vrai que le travail d'arithmétisation des syllogismes constitue une avancée révolutionnaire dans l'histoire de la logique.

Avec ce travail de Leibniz, on eut, pour la première fois de façon explicite, la démonstration d'une application pertinente des mathématiques sur un texte d'Aristote. On peut également conjecturer que cela fut en même temps pour Leibniz une tentative pour se convaincre de la justesse de son idée, suggérant que les controverses entre savants et philosophes puissent toujours être tranchées par un calcul. Le célèbre « calculemus » de Leibniz nous paraît, tout comme à Łukasiewicz d'ailleurs, être plus en relation avec cette interprétation arithmétique de la syllogistique qu'avec ses idées sur la logique mathématique ou la mathématique universelle. [10]

10. Jan Łukasiewicz, *La syllogistique d'Aristote dans la perspective de la logique moderne*, trad. par Françoise Caujolle-Zaslawsky (Paris : Armand Colin, 1972), 141.

3. FORMALISATION ET AXIOMATISATION PAR ŁUKASIEWICZ

Persuadé de la pertinence et de l'importance d'adopter une méthode scientifique dans toute étude philosophique, voire métaphysique et confiant dans la valeur scientifique des travaux aristotéliciens, Łukasiewicz a vu dans les *Analytiques* d'Aristote un bon texte pour l'application de sa méthode mathématique afin d'aboutir à une meilleure interprétation. Łukasiewicz a consacré à l'étude des *Premiers Analytiques* d'Aristote plusieurs travaux dont nous mentionnons ici les cinq plus importants. Le premier est un chapitre de son livre *Elementy logiki matematycznej* [11] *(Eléments de logique mathématique)* de 1929. Dix ans plus tard, Łukasiewicz a fait un autre travail plus détaillé *O sylogistyce Arystotelesa* [12] avant de publier en 1951, son livre le plus connu : *Aristotle's Syllogistic from the Standpoint of Modern Logic*. Ce livre est consacré surtout à l'analyse des chapitres portant sur la logique non modale d'Aristote. Łukasiewicz écrit, dans sa préface à la première édition : « Cet ouvrage se limite à l'étude des syllogismes non modaux ou 'assertoriques' leur théorie constitue la partie la plus importante de la logique aristotélicienne. On en trouve l'exposé systématique aux chapitres 1, 2 et 4 à 7 du livre I des *Premiers Analytiques*, chapitres qui constituent la source principale de mon exposé ». [13] Après la publication de cet ouvrage, ô combien important, Łukasiewicz a entrepris de faire une étude des autres chapitres des *Premiers Analytiques* Livre I, ceux portant cette fois-ci sur la logique modale. En vue d'une analyse appropriée de ces chapitres, Łukasiewicz a d'abord voulu commencer par construire un système qui serait comme un outil destiné à fournir une base solide pour une analyse aussi rigoureuse que mathématique des travaux d'Aristote sur la logique modale. Ainsi la quatrième des cinq études importantes de Łukasiewicz sur les *Analytiques* est l'article : *A System of Modal Logic* [14] qu'il a publié en 1953. Ce texte expose un système qui, comme le veut et l'affirme son au-

11. Jan Łukasiewicz, *Elementy logiki matematycznej [Éléments de logique mathématique]*, 2e éd. (Warszawa : Państwowe Wydawnictwo Naukowe, 1958). La première édition daté de 1929

12. Jan Łukasiewicz, « O sylogistyce Arystotelesa », *Sprawozdania PAU* 44 (1939) : 220-227.

13. Łukasiewicz, *La syllogistique d'Aristote dans la perspective de la logique moderne*, 16.

14. Jan Łukasiewicz, « A System of Modal Logic », *The Journal of Computing Systems* 1, nº 3 (1953) : 111-149. Ce travail est moins une analyse directe des *Premiers Analytiques* d'Aristote qu'une construction, d'un « système-outil » fondé sur les idées d'Aristote lui-même, comme le veut son auteur, et destiné à être un système de logique modale susceptible de devenir universellement admis et surtout à fournir une base solide à l'interprétation et à l'appréciation des textes d'Aristote. On retrouve l'essentiel de ce travail et de son usage sur les textes d'Aristote dans la réédition du livre *Aristotle's Syllogistic from the Standpoint of Modern Logic* publié en

teur lui-même, est construit sur la base des idées d'Aristote. Son objet est de servir à l'approfondissement de l'analyse de la logique modale contenue dans les *Analytiques.* La cinquième étude la plus importante sur les *Analytiques* d'Aristote est un ajout significatif qu'il apporte à la réédition de 1957 de l'ouvrage *Aristotle's Syllogistic from the Standpoint of Modern Logic*. Cet ajout significatif est constitué de trois chapitres portant sur la logique modale. Il est une analyse plus approfondie des chapitres 3 et 8 à 22 du Livre I des *Premiers Analytiques* d'Aristote. Nous estimons que ces trois chapitres ajoutés à la réédition constituent un nouveau travail – qu'on peut considérer comme un travail séparé des autres chapitres de la première édition – sur les *Analytiques* d'Aristote, puisque, d'une part, il est fait postérieurement par rapport aux autres chapitres de la première édition et, d'autre part, ces trois chapitres portent sur un objet différent : la théorie des syllogismes modaux sur laquelle porte l'ajout de la réédition diffère de celle des syllogismes assertoriques sur laquelle porte la première édition.

Dans un texte assez laconique de 1929 intitulé « Teoria sylogizmu Arystotelesa » (« La théorie du syllogisme d'Aristote ») – cinquième et dernier chapitre du livre *Eléments de Logique Mathématique* – Łukasiewicz montre à l'aide de deux définitions, de trois règles d'inférences, de quatre axiomes et de douze théorèmes du calcul propositionnel (douze thèses du calcul des propositions qui constituent également ce qu'il appelle théorie de la déduction) que toutes les inférences immédiates du carré d'opposition ainsi que tous les vingt quatre modes valides du syllogisme [15] sont vérifiés dans son système axiomatique. En tout, son système axiomatique de la syllogistique d'Aristote comprend cinquante deux thèses (4 axiomes et 48 théorèmes). [16]

Les définitions – faites à partir des constantes A (proposition universelle affirmative) et I (particulière affirmative) considérées comme termes primitifs et grâce auxquelles les deux autres constantes E (universelle négative) et

1957. Cette réédition comprend trois chapitres de plus que la première qui sont consacrés à la syllogistique modale aristotélicienne.

15. En effet, il existe quatre types de propositions (A, E, I et O) ; sachant qu'un syllogisme se compose de trois propositions et que le moyen terme dessine quatre figures, il existe $4^3 \times 4 = 256$ modes possibles. Sur les 256 uniquement 24 sont valides ou concluants. Łukasiewicz ne démontre pas tous les vingt quatre mais seulement vingt deux, puisque les deux autres (BARBARA et DATISI) sont adoptés comme axiomes du système.

16. Voir le cinquième chapitre « Teoria Sylogizmu Arystotelesa » [théorie du syllogisme d'Aristote] du livre de Łukasiewicz, *Elementy logiki matematycznej [Eléments de logique mathématique]*, 86-96.

O (particulière négative) sont définies [17] – établissent d'une part une équivalence entre une proposition affirmative universelle et la négation d'une négative universelle correspondante : Oab=NAab ; et d'autre part une équivalence entre une proposition particulière affirmative et la négation d'une universelle négative correspondante : Eab=NIab.

Voici, les quatre axiomes dont deux ressemblent au principe d'identité et les deux autres traduisent les formes de syllogismes BARBARA et DATISI :

1. Aaa : Tout a est a
2. Iaa : Quelque a est a
3. $CKAbcAabAac$: $(Abc \wedge Aab) \longrightarrow Aac$: BARBARA
4. CKAbcIbaIac : $(Abc \wedge Iba) \longrightarrow Iac$: DATISI

Les douze thèses sont les suivantes :

Th1. Cpp $p \longrightarrow p$
Th2. CCpqCCqrCpr $(p \longrightarrow q) \longrightarrow [(q \longrightarrow r) \longrightarrow (p \longrightarrow r)]$
Th3. CCpqCNqNp $(p \longrightarrow q) \longrightarrow [(\neg q \longrightarrow \neg p)]$
Th4. CCpNqCqNp $(p \longrightarrow \neg q) \longrightarrow [(q \longrightarrow \neg p)]$
Th5. CCNpqCNqp
Th6. CCKpqrCpCqr
Th7. CCKpqrCqCpr
Th8. CCKpqrCKpNrNq
Th9. CCKpqrCKNrqNp
Th10. CCKpqrCCspCKsqr
Th11. CCKpqrCCsqCKpsr
Th12. CCKpqrCCrsCKqps

Le livre *Aristotle's Syllogistic from the Standpoint of Modern Logic* publié en 1951, qui apparaît comme une étude révolutionnaire dans l'histoire de la logique d'Aristote, utilise les mêmes axiomes, les mêmes règles d'inférence et les mêmes définitions que le travail précédent ; il utilise 14 thèses du calcul propositionnel (au lieu de 12), parmi lesquels il reprend les mêmes thèses que dans le travail précédent ou avec une petite transformation.

17. Dans sa version de 1929, Łukasiewicz utilisait la lettre U pour symboliser une proposition universelle affirmative et la lettre Y pour symboliser une proposition universelle négative. La proposition du type « chaque a est b » est symbolisé par U a b et la proposition du type « aucun a n'est b » par Y a b. Pour la commodité de la lecture, nous avons dans notre texte adopté une notation plus classique ; aussi avons-nous remplacé U par A et Y par E. Nous sommes d'autant plus confortés dans notre choix que Łukasiewicz lui-même dans ses écrits ultérieurs – comme dans son livre *Aristotle's Syllogistic from the Standpoint of Modern Logic* – utilise plutôt cette dernière symbolisation.

Voici les quatorze thèses du système :

Th1. CpCqp $[p \longrightarrow (q \longrightarrow p)]$ (loi de simplification)

Th2. CCqrCCpqCpr $(q \longrightarrow r) \longrightarrow [(p \longrightarrow q) \longrightarrow (p \longrightarrow r)]$: (seconde forme de la loi du syllogisme hypothétique)

Th3. CCpCqrCqCpr $[(p \longrightarrow [(q \longrightarrow r)] \longrightarrow [q \longrightarrow (p \longrightarrow r)]$:(loi de commutation)

Th4. CpCNpq $[p \longrightarrow (\neg p \longrightarrow q)]$: (loi de Duns Scot)

Th5. CCNppp $[(\neg p \longrightarrow p) \longrightarrow p)]$:(loi de Clavius : *consequentia mirabilis*)

Th6. CCpqCNqNp $[(p \longrightarrow q) \longrightarrow (\neg q \longrightarrow \neg p)]$: (loi de transposition)

Th7. CCKpqrCpCqr (loi d'exportation)

Th8. CpCCKpqrCqr

Th9. CCspCCKpqrCKsqr

Th10. CCKpqrCCsqCKpsr

Th11. CCrsCCKpqrCKqps

Th12. CCKpqrCKpNrNq

Th13. CCKpqrCKNrqNp

Th14. CCKpNqNrCKprq

Cependant en dépit des similitudes entre le système présenté par Łukasiewicz dans ce livre de 1951 et ceux présentés antérieurement (1929 et 1939), le livre *La syllogistique d'Aristote* comporte des avancées fondamentales. Une de ces avancées est le fait de montrer que le système d'axiomatisation des syllogismes peut passer de quelques théorèmes à une infinité de théorèmes sans que toute formule y soit démontrable. Le nombre de théorèmes passe de 48 à l'infini. Łukasiewicz démontre que même avec cette infinité de théorèmes, le système n'en devient pas trivial; il y a des preuves de la consistance, de la complétude et de l'indépendance des axiomes.

La preuve de la complétude introduit une procédure de rejet dont nous avons apprécié l'importance plus-haut : rappelons que nous nous sommes inspiré de cette procédure pour résoudre le problème de la vérification de certains syllogismes du système d'arithmétisation leibnizien. Cette procédure de rejet est dans le système łukasiewiczien constituée d'un axiome de rejet *59 : (CKAcbAabIac : $Acb \wedge Aab \longrightarrow Iac$) élaboré par Łukasiewicz lui-même; et d'une règle qui a été inventée par Słupecki, un élève de Łukasiewicz; ladite règle de Słupecki : (*Cpq, *Crq→*CpCrq) ou bien *(p→q), *(r→q) ⊢*[p→(r→q)]

L'autre apport révolutionnaire dans cet ouvrage *Aristotle's Syllogistic from the Standpoint of Modern Logic* est la façon de regarder l'histoire de la logique : contrairement à l'avis répandu chez beaucoup de contemporains de Łukasiewicz, la logique ancienne, spécialement aristotélicienne, n'est pas regardée comme étant dépassée et sans utilité, mais comme celle qui fournit l'inspiration pour les nouvelles découvertes de la logique moderne et mathématique. La logique moderne est, avec Łukasiewicz, désormais perçue comme étant une continuation de la logique ancienne. Cette conviction appelle donc à un retour décisif vers les textes d'Aristote. Łukasiewicz parvient à rattacher presque chaque découverte de la logique mathématique moderne à une intuition d'Aristote. Il soutient par exemple que l'axiomatisation dont use la logique de son temps n'est rien d'autre qu'une réalisation d'une idée dont Aristote est l'inventeur et qu'en outre l'on trouve l'ébauche de l'axiomatisation chez le Stagirite lui-même : « si la logique formelle contemporaine tend en effet à réduire à un minimum le nombre de ses axiomes, elle ne fait que réaliser une tendance qui a trouvé chez Aristote sa première expression ». [18] En effet, Aristote admet comme syllogismes parfaits les modes de la première figure : Barbara, Celarent, Darii, et Ferio. Toutefois, au dernier chapitre de son exposé, il réduit le troisième et le quatrième mode aux deux premiers, et prend donc pour axiomes de sa théorie les deux syllogismes dont l'évidence est la plus claire : Barbara et Celarent. Cela fait donc qu'il suffirait de deux syllogismes pour axiomatiser toute sa théorie. Cependant Łukasiewicz relève à juste titre que cette thèse serait complètement correcte si Aristote n'avait pas besoin d'utiliser les lois de conversion pour réduire les modes imparfaits aux modes parfaits ou si ces lois de conversion étaient démontrables au moyen des deux syllogismes Barbara et Celarent. Or ce n'est pas le cas puisque les lois de conversion, dont il fait usage pour réduire les modes imparfaits aux parfaits, appartiennent elles aussi à la théorie sans pour autant être démontrables au moyen des deux syllogismes ci-haut cités. [19] L'idée principale ici n'est pas qu'Aristote ait eu raison ou pas d'arguer qu'on peut construire toute la théorie des syllogismes à partir de « Barbara » et de « Celarent » mais plutôt ce qu'il faut retenir est qu'Aristote fut le premier à avoir l'idée de l'axiomatisation et que l'axiomatisation du XIX^e^ siècle n'est qu'un développement de celle du Stagirite. Dans le même ordre d'idée, Łukasiewicz affirme que les thèses de la théorie de la déduction qu'il utilise dans ses preuves formelles étaient connues d'Aristote qui en faisait usage intuitif dans ses démonstrations. Le

18. Łukasiewicz, *La syllogistique d'Aristote dans la perspective de la logique moderne*, 63.
19. Łukasiewicz, 62-63.

logicien polonais va même jusqu'à attribuer l'invention de la procédure de rejet à Aristote. [20] Il écrit : « si nous utilisons le rejet, c'est qu'Aristote a lui-même rejeté certaines formules et qu'il a même énoncé une règle de rejet ». [21] Le rôle de Łukasiewicz n'aurait donc été que de formaliser cette procédure et de l'utiliser dans un système axiomatique.

Le dernier travail de Łukasiewicz, sur les *Analytiques* d'Aristote, qui est contenu dans les trois chapitres ajoutés à la réédition de 1957 du livre *Aristotle's Syllogistic from the Standpoint of Modern Logic*, constitue un pas encore plus décisif en termes de retour aux vues d'Aristote et de la revalorisation de ses intuitions. A titre d'illustration prenons la question de la bivalence. C'est dans cette deuxième édition que, sur la question de la bivalence, Łukasiewicz revient sur ses positions de façon nette et décisive. Alors qu'il affirmait en 1917, que sa logique trivalente était non-aristotélicienne, dans la réédition du livre *Aristotle's Syllogistic from the Standpoint of Modern Logic* il considère qu'en réalité c'est Aristote lui-même qui lui a fourni la première idée d'un système plurivalent :

> Dans sa discussion sur la contingence d'un combat naval futur, Aristote s'approche de très près de la conception d'une logique plurivalente, mais sans mettre l'accent sur cette intuition fondamentale, si bien que sa suggestion est restée, pour des siècles, inféconde. Ainsi nous lui devons d'avoir pu découvrir cette idée qui nous a permis en 1920 de construire le premier système de logique plurivalente. [22]

En 1957, Łukasiewicz soutient donc de façon explicite que la plurivalence n'est pas en elle-même une mise en question des principes aristotéliciens. Une des conclusions importantes sur lesquelles débouche l'analyse des *Premiers Analytiques* et l'étude de la logique modale de Łukasiewicz est que « tout système de logique modale doit nécessairement être polyvalent » [23] ; or il existe chez Aristote un système solide de logique modale, ce dernier pour le construire a forcément eu recours à l'idée de plurivalence, d'où une confirmation de plus, que la plurivalence n'est en rien une mise en question des principes aristotéliciens.

Dans le livre *Aristotle's Syllogistic from the Standpoint of Modern Logic*, Łukasiewicz consacre quelques pages sous le titre de « une interprétation arithmétique de la syllogistique » à présenter et à développer le travail réalisé par

20. Łukasiewicz, 142.
21. Łukasiewicz, 142.
22. Łukasiewicz, 210.
23. Łukasiewicz, 175.

Leibniz. Il démontre que l'arithmétisation initiée par Leibniz est non seulement un travail digne d'intérêt mais aussi d'une valeur scientifique incontestable : « Leibniz a découvert une interprétation arithmétique de la syllogistique aristotélicienne, interprétation qui mérite l'attention, tant pour son intérêt historique que systématique » [24], écrit le logicien polonais.

Nous avons vu plus haut que le travail de Leibniz sur l'arithmétisation de la syllogistique avait été considéré comme un échec par beaucoup (y compris par Couturat qui était pourtant un lecteur perspicace et un admirateur de Leibniz) et que son auteur lui-même l'avait jugé peu satisfaisant à cause de sa complexité [25] et avait vraisemblablement laissé le soin à ses successeurs de le développer et de l'améliorer. C'est Łukasiewicz – admirateur d'Aristote et également admirateur d'un autre admirateur d'Aristote, Leibniz – qui releva ce défi lancé alors depuis plus de trois siècles. L'analyse logique des *Analytiques* d'Aristote et l'examen du travail d'arithmétisation des syllogismes de Leibniz qu'il entreprit dans l'esprit d'une méthode scientifique usant des outils mathématiques et logiques de son époque conduisirent Łukasiewicz à la constatation que le système de Leibniz était en parfaite harmonie avec son axiomatisation. Łukasiewicz parle de « pure coïncidence » ; et ensuite s'étonne simplement de la qualité des résultats de Leibniz, qu'il met sur le compte de quelques intuitions philosophiques. Il écrit ce qui suit :

> C'est donc, semble-t-il, pure coïncidence, si cette dernière [interprétation arithmétique de la syllogistique de Leibniz] satisfait les axiomes dont nous faisons l'assertions- 1-4 -, l'axiome de rejet *59, et la règle de Słupecki. Il est pour le moins étrange que les intuitions philosophiques qui ont guidé sa recherche aient produit un résultat d'une telle qualité. [26]

Notre avis est qu'il y a plus qu'une simple coïncidence accidentelle, mais plutôt que le fait que l'interprétation leibnizienne (arithmétisation) soit en harmonie avec l'axiomatisation de Łukasiewicz est une preuve de plus de l'existence d'un ensemble de principes méthodologiques que les deux partagent ; notamment la rigueur, l'exactitude mais aussi la fidélité au texte original d'Aristote. La qualité des résultats auxquels arrive Leibniz n'est certai-

24. Łukasiewicz, 137.

25. Vers la fin du paragraphe présentant les inconvénients du système d'arithmétisation de Leibniz, Couturat écrit : « Nous n'insisterons pas davantage sur ce [...] système, que Leibniz paraît avoir abandonné, sans doute à cause de ses défauts et aussi de sa complication ». Couturat, *La Logique de Leibniz d'après les documents inédits*, 334.

26. Łukasiewicz, *La syllogistique d'Aristote dans la perspective de la logique moderne*, 138.

nement pas le produit aléatoire d'un quelconque tâtonnement mais plutôt celui d'un travail de réflexion guidé par une méthode, par un ensemble de convictions méthodologiques proches de celles de Łukasiewicz. C'est la méthode d'analyse logique qui utilise les mathématiques. En outre, l'accord ou la concordance entre l'interprétation arithmétique de Leibniz et le système axiomatique de Łukasiewicz est un indicateur fort de la validité du texte d'Aristote sur les syllogismes sur lequel se base les deux interprétations. Łukasiewicz réussit donc à rétablir le travail de Leibniz ; et en le rétablissant, il revalorise du même coup la méthode qui le sous-tend ; celle qui utilise les mathématiques dans l'interprétation des textes anciens.

4. ŁUKASIEWICZ ET LA MÉTHODE ORIGINALE POUR L'ÉTUDE DE L'HISTOIRE DE LA LOGIQUE

Łukasiewicz est souvent cité comme logicien et mathématicien polonais. Il est vrai, Łukasiewicz a beaucoup contribué au développement de la logique mathématique surtout par sa découverte d'une logique multivalente, par ses nombreux et remarquables travaux sur l'axiomatisation, sur la logique modale et sur la méthode scientifique. [27] Nous observons par ailleurs, conformément au sujet que nous traitons ici et à la suite de ce que nous avons exposé dans les points ci-dessus, que Łukasiewicz, grâce entre autres à son idée originale d'une méthode d'analyse des textes anciens à l'aide des outils mathématiques, a excellé dans un autre domaine : celui de l'histoire de la logique. Ses travaux constituent un tournant dans ce domaine ; son apport lui a valu d'être considéré comme un des plus grands historiens de la logique voire comme l'inventeur de l'étude scientifique de l'histoire de la logique ou comme le fondateur des recherches modernes « scientifiques » en histoire de la logique. Ce statut lui est attribué non pas seulement parce qu'il fut le premier à aborder l'histoire de la logique avec une méthode moderne mais aussi parce qu'il a su formuler de façon claire les principes méthodologiques qui régissent cette recherche, qu'il a su communiquer ces principes de façon pédagogique et méthodique et qu'il a pu ainsi inspirer de nombreux chercheurs dans ce domaine.

27. Jan Woleński dans son avant propos affirme de Łukasiewicz qu'il est sans doute un des plus grands logiciens du XX^e^ siècle et un des pères fondateurs de la logique mathématique. Voir Jan Woleński, « Jan Łukasiewicz i zasada sprzeczności. [Jan Łukasiewicz et le principe de contradiction.] », in *O zasadzie sprzeczności u Arystotelesa*, 2^e^ éd. (Warszawa : Państwowe Wydawnictwo Naukowe, 1987), X.

Les travaux que nous avons examinés plus-haut nous ont largement dévoilé cette méthode qui consiste en une relecture analytique et constructive des textes historiques originaux en utilisant l'appareil conceptuel de la logique mathématique. Il est important de mentionner que cette méthode łukasiewiczienne, dans le cadre de l'histoire de la logique, implique comme corollaires quelques règles méthodologiques. Une de ces règles concerne les prérequis exigés comme préalable à toute recherche sur l'histoire de la logique. En effet, déplorant le fait que les philosophes comme Prantl ou Maier qui avaient traité de l'histoire de la logique et qui, parce qu'ils ne connaissaient que la « logique philosophique » [28] - une logique qui, aux yeux de Łukasiewicz, n'avait pas encore atteint le niveau scientifique - avaient commis des erreurs très graves, Łukasiewicz proposa de réécrire l'histoire de la logique. Il recommanda cependant à quiconque voudrait s'appliquer à cette noble et hardie tâche de commencer par étudier la logique mathématique. On pourrait appeler cette recommandation une règle « déontologico-épistémologique » ou « épistémologico-déontologique » et on pourrait la formuler comme suit : Personne ne devrait traiter de l'histoire de la logique s'il ignore la logique mathématique, en d'autres mots : *Nul n'entre dans le domaine de l'histoire de la logique s'il n'est géomètre*. Cette règle ou ce principe méthodologique, Łukasiewicz l'a bien formulé de façon encore plus explicite dans un article intitulé *Z historii logiki zdań* (Sur l'histoire de la logique des propositions). Dans cet article de 1934, Łukasiewicz pointe du doigt l'état déplorable des travaux sur l'histoire de la logique formelle. Selon lui, il n'existait pas jusqu'alors (c'est-à-dire jusqu'en 1934) d'histoire de la logique des propositions et par conséquent il n'existait pas jusque là de présentation correcte de l'histoire de la logique formelle. Les travaux d'histoire de la logique faits par des

28. Comme on le lit dans son livre *Elementy logiki Matematycznej*, ce que Łukasiewicz appelle la « logique philosophique » n'est pas une seule science homogène mais plutôt un ensemble de questions diverses touchant à la philosophie en général (toutes les questions qu'on trouve dans les livres de philosophes), à la théorie de la connaissance (comme la question de savoir ce que c'est la vérité ou s'il existe un critère de la vérité), ou encore à la psychologie (comme les lois régissant la pensée). Łukasiewicz dit que si l'on enlève toutes ces questions relevant soit de la théorie de la connaissance, de la psychologie et de la philosophie en général, on obtient la logique formelle. « Logika filozoficzna nie jest jednolitą nauką, zawiera w sobie zagadnienia rozmaitej treści.[...] Jeżeli usuniemy z logiki filozoficznej te wszystkie zagadnienia, które należą do psychologii, teorii poznania i filozofii w ogóle, to, co pozostanie będzie tzw. Logika formalna". Łukasiewicz, *Elementy logiki matematycznej [Eléments de logique mathématique]*, 15-16.

philosophes comme Prantl n'ont pas beaucoup de valeur. [29] Łukasiewicz tire la conclusion suivante qu'il énonce avec des mots assez graves :

> L'histoire de la logique doit être écrite de nouveau et cela peut être fait uniquement par un historien qui maîtrise très bien la logistique. [30]

Avec ces mots Łukasiewicz, en quelque sorte, initiait de façon explicite et manifeste les recherches modernes en histoire de la logique.

Łukasiewicz ne perdra jamais de vue cette recommandation qu'il n'a cessé de répéter dans ses écrits, dans ses cours et dans ses conférences. Il réitère cette recommandation dans son dernier livre *La syllogistique d'Aristote,* où, prodiguant d'importants et pratiques conseils aux philosophes en activités qui voudraient devenir de bons logiciens ou de bons historiens de la logique, il écrit ce qui suit : « ils devraient acquérir une bonne connaissance de la logique mathématique avant de traiter de la logique en général et de son histoire ». [31]

Soulignons par ailleurs que si Łukasiewicz a énoncé cette recommandation de façon plus ferme et plus explicite dans son article de 1934, chez lui l'idée était présente bien longtemps avant cette date ; d'autant plus que cette recommandation « épistémologico-déontologique » est essentiellement liée à sa méthode spéciale qu'il utilise dans l'étude des textes anciens ; laquelle méthode remonte au tout début de ses travaux. Jan Woleński écrit que « dans les années 1920, Łukasiewicz avança l'idée d'étudier l'histoire de la logique en utilisant les concepts de la logique mathématique, combinée avec une analyse des textes historiques originaux ». [32] Notre point de vue est que cette idée

29. „ Nikt z dawniejszych autorów, piszących o historii logiki, nie znał tego zasadniczego rozróżnienia między logiką zdań a logiką nazw. Dlatego do dnia dzisiejszego nie posiadamy wcale historii logiki zdań, a skutkiem tego nie mamy też żadnego poprawnego obrazu historii logiki formalnej w ogóle. Chociaż dzieło Prantla dotychczas jeszcze jest niezastąpione jako zbiór źródeł i materiałów, to jednak jako historyczne przedstawienie logicznych zagadnień i doktryn nie ma żadnej prawie wartości". Cf. Jan Łukasiewicz, « Z historii logiki zdań [De l'histoire de la logique des propositions] », in *Z Zagadnień Logiki i Filozofii, Pisma wybrane*, éd. par Jerzy Słupecki (Warszawa : Państwowe Wydawnictwo Naukowe, 1961), 179.

30. Traduction que nous avons faite du texte original suivant : "Historię logiki trzeba napisać na nowo, dokonać tego może jedynie historyk, który gruntownie opanował logistykę" Łukasiewicz, 179.

31. Łukasiewicz, *La syllogistique d'Aristote dans la perspective de la logique moderne*, 65.

32. Cf. Citation de Roger Pouivet, dans une présentation lors d'une journée d'études organisée, 6 mai 09 à Nancy, à l'occasion de la réédition de *Sur la syllogistique d'Aristote* de J Łukasiewicz, et dont le thème était « Łukasiewicz, Aristote et l'histoire de la

était bien présente longtemps avant dans l'esprit et dans la pratique de Łukasiewicz. Elle remonte à ses premiers travaux. Pour s'en convaincre il suffit de regarder l'appendice du livre *O Zasadzie sprzeczności u Arystotelesa* qui date de 1910, où il analyse de façon rigoureuse le texte de la *Métaphysique Gamma* en utilisant un langage algébrique. Dans ce texte Łukasiewicz s'appuie sur les outils qu'il emprunte à l'ouvrage de Couturat l'*Algèbre de la Logique* et propose une analyse critique couplée d'une interprétation « algébrisante » du texte d'Aristote. Ceci corrobore l'idée que déjà en 1910 Łukasiewicz usait des outils mathématiques pour lire et analyser les textes antiques.

Łukasiewicz n'a pas seulement élaboré une méthode, il a su également transmettre de manière méthodique, à travers ses cours et ses travaux, cette méthode. Cela lui a valu d'être l'inspirateur de plusieurs historiens de la logique. Ses travaux ont eu un impact sans précédent sur la façon de faire l'histoire de la logique. Ils furent à l'époque la plus grande source d'inspiration pour les recherches modernes en histoire de la logique. Nombreux furent les historiens de la logique qui se réclamèrent de lui ou qui le prirent comme la référence. On ne peut pas oublier ceux qui dirigèrent leurs plus grandes critiques en histoire de la logique contre cette référence qu'était devenue Łukasiewicz, cela pour signifier qu'il était devenu incontournable, un peu comme si tout historien de la logique devait prendre position face aux positions de Łukasiewicz.

Tadeusz Kwiatowski (spécialiste des travaux de Łukasiewicz sur Aristote), parle d'une « école d'historiens de la logique » qui a été initiée par Łukasiewicz et par Heinrich Scholz [33] (sachant que ce dernier était lui-même beaucoup influencé par Łukasiewicz). Kwiatowski cite quelques uns des auteurs et des ouvrages [34] qu'on peut considérer comme le fruit des travaux de Łukasiewicz

logique » voir `http://poincare.univnancy2.fr/Activites/?contentId=5902` Voir aussi : `http://www.elv-akt.net/informations/actualites.php?id_actualite=13&langue=pl`

33. Heinrich Scholz est l'auteur d'un livre bien connu sur l'histoire de la logique : "*Abriß der Geschichte der Logik*". Freiburg, München, 1967 Une traduction de ce livre existe en français : Heinrich Scholz, *Esquisse d'une histoire de la logique*, trad. par Ernest Coumet, François de Laur, et Jan Sebestik (Paris : Aubier-Montaigne, 1968).

34. Voici quelques auteurs qui ont été influencés par les travaux de Łukasiewicz ainsi que leurs ouvrages : Jan Salamucha, *Pojęcie dedukcji u Arystotelesa i św. Tomasza z Akwinu, [Le concept de déduction chez Aristote et chez St Thomas d'Aquin]* (Warszawa : Wwa, 1930). J M. Bocheński (entre autres : *La logique de Théophraste*, Fribourg, 1947 ; *Ancient formal logic*, Amsterdam 1963, *Formale Logik*, Freiburg, 1956). J.W. Stakelum (*Galen and Logic of propositions*, Rome, 1940) ; Antoni Karcik (*Teoria sylogizmu zdań asertorycznych Arystotelesa na tle logiki tradycyjnej* », Lublin 1948) ; Karl Dürr Karl, (Aussagenlogik in Mittelalter, *Erkenntnis*

dans la mesure où ces auteurs ont été conduits par les travaux de Łukasiewicz à étudier diverses questions de l'histoire de la logique en suivant la méthodologie du maître. Les travaux historico-logiques de Łukasiewicz ont suscité de l'intérêt mais aussi des discussions et parfois des polémiques vives qui furent tout de même enrichissantes.

Łukasiewicz peut également être considéré à juste titre comme un des plus grands historiens modernes de la logique [35], d'une part pour les raisons mêmes que nous venons d'exposer, qui font de lui le père des recherches modernes en histoire de la logique, et d'autre part parce qu'il a fait des découvertes importantes sur la logique aristotélicienne et sur la logique stoïcienne [36] qui ont constitué comme une révolution « copernicienne » de l'histoire de la logique. L'une de ces découvertes qui ont révolutionné l'histoire de la logique concerne le rapport entre la logique mathématique moderne et la logique développée par les anciens. En effet, alors qu'à l'époque où Łukasiewicz fait ses travaux la tendance est de considérer qu'entre la logique ancienne (aristotélicienne, stoïcienne et médiévale) et la logique mathématique contemporaine il y a un gouffre – que d'aucuns qualifient même d'infranchissable – , Łukasiewicz affirme au contraire qu'il y a continuité entre les deux systèmes et qu'en plus l'affirmation d'une unité fondamentale de la logique doit guider la méthode des recherches historico-logiques telle que proposée

7 : 160-168 (1937) ; B. Mates, (« Diodorean Implication » in *The Philosophical Revue*,58, 1949 ; « Stoïc Logic and the text of Sextus Empiricus », in *American Journal of Philosophy*, 70, 1949, *Stoïc Logic* , Berkeley - Los Angeles, 1er éd 1953, 2eme éd. 1961) ; Patzig, G. (*Die Aristotelische Syllogistik*, Göttingen 1er éd.1959 , 2e éd.1963). Et du côté des critiques : E. Tielsch (« The Genuine Aristotelian of Łukasiewicz », in *Philosophia naturalis*, VIII, 1964, p255-300) et John Corcoran, « Aristotle's Natural Deduction System », in *Ancient Logic and its Modern Interpretations*, éd. par John Corcoran (Dordrecht : Reidel, 1974), 85-131. Voir aussi Tadeusz Kwiatowski, « Jan Łukasiewicz a problem interpretacji logiki Arystotelesa [Jan Łukasiewicz et le problème de l'interprétation de la logique d'Aristote] » (Rozprawa habilitacyjna [Mémoire d'habilitation], Lublin, Uniwersytet Marii Curie-Skłodowskiej, 1980), 81-82.

35. Jan Woleński, *Logic and Philosophy in the Lvov-Warsaw School*, Synthese library ; v. 198 (Dordrecht ; Boston : Kluwer Academic Publishers, 1989), 185. voir aussi Jean-Baptiste Gourinat, « L'histoire du principe de bivalence selon Łukasiewicz et ses enjeux philosophiques », in *La philosophie en Pologne 1918-1939*, éd. par Roger Pouivet et Manuel Rebuschi (Paris : Vrin, 2006), 37.

36. Comme historien de la logique Łukasiewicz s'est occupé principalement de deux thèmes : la logique des stoïciens et la logique d'Aristote. C'est dans ces thèmes qu'il a fait des découvertes excellentes. Kwiatowski écrit : "jako badacz dziejów logiki interesował się Łukasiewicz głownie dwoma tematami : logiką stoicką i sylogistyką Arystotelesa. Dokonał w zakresie tych tematów wybitnych odkryć". Cf. Kwiatowski, « Jan Łukasiewicz a problem interpretacji logiki Arystotelesa [Jan Łukasiewicz et le problème de l'interprétation de la logique d'Aristote] », 81.

et mise en pratique par lui-même. Cette idée de Łukasiewicz selon laquelle la logique mathématique est une version plus riche et plus perfectionnée de la logique formelle développée par Aristote, par les stoïciens et par les logiciens du moyen âge, est fondamentale dans la révolution des recherches sur l'histoire de la logique. Woleński la qualifie de nouveau paradigme dans les recherches de l'histoire de la logique. Il écrit ce qui suit :

> On peut dire que Łukasiewicz a crée un nouveau paradigme dans le domaine des recherches historico-logiques. Ce paradigme s'appuie sur la conviction que la logique mathématique contemporaine est une version plus enrichie et plus perfectionnée de la logique formelle développée par Aristote, les stoïciens et les logiciens du moyen âge. [37]

Łukasiewicz affirme qu'il n'existe qu'une seule logique : celle créée par Aristote développée par les stoïciens et les logiciens du moyen-âge et qui a abouti à la logique mathématique [38]. Selon lui ce qui explique l'apparent fossé qui sépare les deux est une conséquence de la déformation que les philosophes modernes ont fait subir aux découvertes logiques des anciens en les encombrant ou en les contaminant de spéculations philosophiques et de psychologisme. Un des mérites des créateurs de la logique mathématique, particulièrement de Frege, est d'avoir rompu avec la tradition spéculative, d'avoir rétabli ou rénové selon l'expression de Łukasiewicz « le canon formel logique » (*kanon formalno-logiczny*) créé dans l'antiquité par Aristote et par les stoïciens.

Une autre grande découverte « révolutionnaire » qui a bousculé les positions traditionnellement formulées sous l'influence des travaux historiques du XIX^e siècle porte sur le rapport entre logique aristotélicienne et logique des stoïciens. Contrairement à l'opinion courante à son époque, Łukasiewicz a affirmé qu'il existait une différence fondamentale entre la logique des stoïciens et la logique d'Aristote et des péripatéticiens. La première est la logique

37. Il s'agit de notre traduction à partir du passage suivant : „można powiedzieć, że Łukasiewicz stworzył nowy paradygmat w badaniach historyczno-logicznych. Paradygmat ten opierał się na przekonaniu że współczesna logika matematyczna jest bogatszym i doskonalszym wydaniem logiki formalnej rozwijanej przez Arystotelesa, stoików i logików średniowiecznych" Woleński, « Jan Łukasiewicz i zasada sprzeczności. [Jan Łukasiewicz et le principe de contradiction.] », XI.

38. „istnieje tylko jedna logika, stworzona jeszcze przez Arystotelesa, uzupełniona przez starożytną szkole, Stoików, uprawiana, nieraz bardzo subtelnie, przez logików średniowiecznych, i te właśnie logike rozwija logika matematyczna". Łukasiewicz, *Elementy logiki matematycznej [Eléments de logique mathématique]*, 16.

des propositions et la seconde la logique des termes.[39] Cette distinction est devenue un classique. Łukasiewicz note également une autre différence non moins importante entre les deux logiques : « La logique aristotélicienne est formelle sans être formaliste, alors que celle des stoïciens est à la fois formelle et formaliste ».[40] En effet, Łukasiewicz distingue les qualificatifs de logique formelle et de logique formaliste : les deux logiques ont en commun de ne s'intéresser qu'à la forme et non à la matière des raisonnements, cependant elles diffèrent en ce que la seconde (et pas nécessairement la première) s'efforce d'atteindre le plus haut degré d'exactitude possible. Selon Łukasiewicz, la logique aristotélicienne ne serait donc pas formaliste, et pour cause, Aristote ne se montre pas scrupuleusement exact dans la formulation de ses thèses. Łukasiewicz observe qu'un des cas frappants de cette inexactitude est par exemple la discordance structurale entre les formes abstraites et concrètes de certains syllogismes présentés par Aristote. Łukasiewicz stigmatise également le fait que dans la logique aristotélicienne des phrases identiques y soient constamment utilisées pour exprimer des pensées différentes, et réciproquement, des phrases différentes, pour des pensées identiques.[41] Selon le logicien polonais, cette façon de faire conduit à des inexactitudes et en cela Aristote et ses disciples péripatéticiens dérogent à l'un des principes fondamentaux du « formalisme » qui exige que « la même pensée soit toujours exprimée par la même série de mots exactement, ordonnés exactement de la même manière ».[42]

Łukasiewicz a par ailleurs montré que la logique stoïcienne « formelle et formaliste » était, sous plusieurs aspects, proche de la logique mathématique contemporaine. Cette découverte a jeté de nouvelles lumières sur la richesse de la logique stoïcienne qui était jusqu'alors considérée par certains comme une dérivée mineure (voire une déformation) de la logique aristotélicienne. Les travaux de Łukasiewicz ont donc contribué à réhabiliter la dialectique

39. Dans son article de 1934 Łukasiewicz illustre cette différence en partant d'une comparaison entre, d'une part, l'énoncé du principe d'identité sous sa forme péripatéticienne et, d'autre part, l'énoncé du principe d'identité dans sa forme adoptée par les stoïciens. Le premier peut être présenté comme « chaque a est a » et le deuxième comme « SI a ALORS a » ; le premier énoncé relève de la logique des termes et le deuxième de la logique des propositions. Voir les détails dans Łukasiewicz, « Z historii logiki zdań [De l'histoire de la logique des propositions] », 178.

40. Łukasiewicz, *La syllogistique d'Aristote dans la perspective de la logique moderne*, 34.

41. Łukasiewicz, 36.

42. Łukasiewicz, 35.

stoïcienne [43] et à susciter de façon révolutionnaire de l'intérêt pour la logique des stoïciens et pour tous les travaux de leurs critiques en général. Cela est confirmé par les travaux qui ont suivi dans ce domaine et qui se sont inspirés manifestement de Łukasiewicz. Benson Mates, un des grands connaisseurs de la logique stoïcienne et auteur de *Stoic Logic*, ne cesse de rappeler qu'il s'inspire de Łukasiewicz, il écrit dans l'introduction de son livre cité ci-haut ce qui suit : « Nous répétons sur ce thème la plupart des thèses connues de Łukasiewicz, et nous les confirmons en nous appuyant sur de nouvelles sources matérielles » [44]. Cela est une autre confirmation que Łukasiewicz a inspiré beaucoup de recherches, et qu'il a fourni une méthode de recherche à l'histoire de la logique.

Łukasiewicz a, tout au long de ses travaux, été animé d'une rigueur de fer et d'un désir intarissable d'accomplir son projet de construire une philosophie scientifique. La méthode « łukasiewiczienne » qui exige, pour étudier l'histoire de la logique, d'utiliser les concepts et les outils de la logique mathématique dans la relecture et l'analyse des textes logiques et historiques originaux, que Łukasiewicz lui-même ainsi que d'autres historiens de la logique liés à l'École de Lvov-Varsovie ont appliqué, a conduit à des résultats remarquables qui marquèrent une véritable révolution dans l'histoire de la logique.

5. CONCLUSION

Leibniz et Łukasiewicz, par leur intuition et leurs travaux de mathématisation de la logique ancienne, ont largement contribué au développement de la logique et de l'histoire de la logique. Le plus grand mérite du travail

43. Réhabiliter la logique stoïcienne et montrer que la logique des propositions telle qu'elle est étudiée par les logiciens modernes est un développement de la dialectique stoïcienne qui n'a cessé d'évoluer, constitue l'objectif principal de son article « Z historii logiki zdań ». Il écrit : « Po pierwsze, chciałbym przeprowadzić dowód, że dialektyka stoicka w przeciwstawieniu do sylogistyki arystotelesowej jest *antyczną* formą logiki zdań, przy czym pragnąłbym zrehabilitować ten wytwór myśli stoickiej, dotychczas tak całkowicie niezrozumiany i niesprawiedliwie oceniany. Po wtóre, będę starał się wykazać przynajmniej na przykładach, że stoicka logika zdań żyje i rozwija się dalej w średniowieczu, w szczególności w nauce o „konsekwencjach"". Cf. Łukasiewicz, « Z historii logiki zdań [De l'histoire de la logique des propositions] », 179.

44. Kwiatowski, « Jan Łukasiewicz a problem interpretacji logiki Arystotelesa [Jan Łukasiewicz et le problème de l'interprétation de la logique d'Aristote] », 81. Voir aussi introduction de Benson Mates, *Stoic Logic*, 2e éd. (Berkeley; Los Angeles : University of California Press, 1961).

d'arithmétisation de Leibniz n'est pas de fournir une méthode de vérification des syllogismes, puisque comme nous l'avons vu celle que fournit son système n'est pas pratique comme méthode de vérification, mais c'est d'avoir été le précurseur d'une méthode de recherche en histoire de la logique, celle qui interprète les textes anciens en leur appliquant les outils mathématiques. Leibniz n'a certainement pas pu aller jusqu'au bout de son rêve dans lequel n'importe quel problème de philosophie devait être résolu par le mot d'ordre « calculemus ». Łukasiewicz a pu redonner de la valeur au travail de Leibniz. Ainsi à sa manière et en usant des outils mathématiques, Łukasiewicz a repris le travail Leibnizien d'analyse et de mathématisation des *Analytiques* d'Aristote non plus en les arithmétisant mais en les formalisant et en les axiomatisant. En réussissant une axiomatisation et une formalisation de la syllogistique, grâce à sa méthode rigoureuse, et en démontrant que l'interprétation leibnizienne fondée sur l'idée d'arithmétisation est en parfaite harmonie avec les axiomes et les théorèmes du système axiomatique de la syllogistique aristotélicienne, Łukasiewicz a non seulement revalorisé le travail de Leibniz mais aussi et surtout il a, pour ainsi dire, fondé une méthode révolutionnaire, celle qui, entre autres, use des mathématiques pour analyser les textes anciens de logique. Son travail a largement contribué à la création d'un nouveau « paradigme » pour les recherches en histoire de la logique formelle.

Bibliographie

Auroux, Sylvain. « Mathématisation de la linguistique et nature du langage ». *Histoire Épistémologie Langage* 31, n° 1 (2009) : 19-59.

Corcoran, John. « Aristotle's Natural Deduction System ». In *Ancient Logic and its Modern Interpretations*, édité par John Corcoran, 85-131. Dordrecht : Reidel, 1974.

Couturat, Louis. *La Logique de Leibniz d'après les documents inédits*. 2e éd. Hildesheim : Georg Olms Verlagsbuchhandlung, 1961.

Gourinat, Jean-Baptiste. « L'histoire du principe de bivalence selon Łukasiewicz et ses enjeux philosophiques ». In *La philosophie en Pologne 1918-1939*, édité par Roger Pouivet et Manuel Rebuschi, 37-66. Paris : Vrin, 2006.

Kwiatowski, Tadeusz. « Jan Łukasiewicz a problem interpretacji logiki Arystotelesa [Jan Łukasiewicz et le problème de l'interprétation de la logique d'Aristote] ». Rozprawa habilitacyjna [Mémoire d'habilitation], Uniwersytet Marii Curie-Skłodowskiej, 1980.

Leibniz, Gottfried Wilhelm. *Opuscules et Fragments inédits de Leibniz : extraits des manuscrits de la Bibliothèque royale de Hanovre*. Édité par Louis Couturat.

Paris : F. Alcan, 1903.
— *Recherches générales sur l'analyse des notions et des vérités : 24 thèses métaphysiques et autres textes logiques et métaphysiques*. Epiméthée. Paris : Presses universitaires de France, 1998.
Łukasiewicz, Jan. « A System of Modal Logic ». *The Journal of Computing Systems* 1, n° 3 (1953) : 111-149.
— *Elementy logiki matematycznej [Éléments de logique mathématique]*. 2e éd. Warszawa : Państwowe Wydawnictwo Naukowe, 1958.
— *La syllogistique d'Aristote dans la perspective de la logique moderne*. Traduit par Françoise Caujolle-Zaslawsky. Paris : Armand Colin, 1972.
— « O sylogistyce Arystotelesa ». *Sprawozdania PAU* 44 (1939) : 220-227.
— « Z historii logiki zdań [De l'histoire de la logique des propositions] ». In *Z Zagadnień Logiki i Filozofii, Pisma wybrane*, édité par Jerzy Słupecki. Warszawa : Państwowe.
Marshall, David. « Lukasiewicz, Leibniz and the Arithmetization of the syllogism ». *Notre Dame Journal of Formal Logic* 18, n° 2 (avril 1977) : 235-242.
Mates, Benson. *Stoic Logic*. 2e éd. Berkeley ; Los Angeles : University of California Press, 1961.
Salamucha, Jan. *Pojęcie dedukcji u Arystotelesa i św. Tomasza z Akwinu, [Le concept de déduction chez Aristote et chez St Thomas d'Aquin]*. Warszawa : Wwa, 1930.
Scholz, Heinrich. *Esquisse d'une histoire de la logique*. Traduit par Ernest Coumet, François de Laur, et Jan Sebestik. Paris : Aubier-Montaigne, 1968.
Woleński, Jan. « Jan Łukasiewicz i zasada sprzeczności. [Jan Łukasiewicz et le principe de contradiction.] ». In *O zasadzie sprzeczności u Arystotelesa*, 2e éd., VII-LIV. Warszawa : Państwowe Wydawnictwo Naukowe, 1987.
— *Logic and Philosophy in the Lvov-Warsaw School*. Synthese library ; v. 198. Dordrecht ; Boston : Kluwer Academic Publishers, 1989.