

## Étude du fonctionnement thermique d'un vitrage innovant par diffraction et effet Venturi

La Mostiglass est un vitrage en polycarbonate qui s'installe facilement devant les ouvertures et permet de réguler la température de l'air entrant, tout en protégeant des nuisibles à la façon d'une moustiquaire. Source : d'après mostiglass.fr  
L'objectif de cet exercice est d'expliquer la baisse de la température de l'intérieur d'une habitation par effet Venturi.

### 1. À la découverte de la Mostiglass

La Mostiglass est un vitrage transparent, perforé d'une multitude de fentes, comme l'indique la figure 1.

Pour mesurer précisément les dimensions des fentes de la Mostiglass, on utilise la diffraction de la lumière.

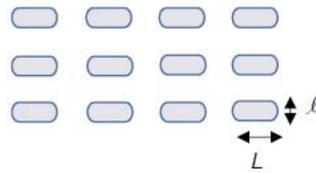


Figure 1



**Q.1.** Donner une condition nécessaire à l'observation du phénomène de diffraction d'une onde lumineuse.

**Il faut que la largeur  $\ell$  de la fente soit du même ordre de grandeur à la longueur d'onde  $\lambda$  de la lumière incidente pour observer un phénomène de diffraction**

On réalise le montage suivant pour mesurer la largeur d'une fente de la Mostiglass : un faisceau de lumière issu d'un laser de longueur d'onde  $\lambda$  traverse une perforation de la Mostiglass assimilée à une fente de largeur  $\ell$ .

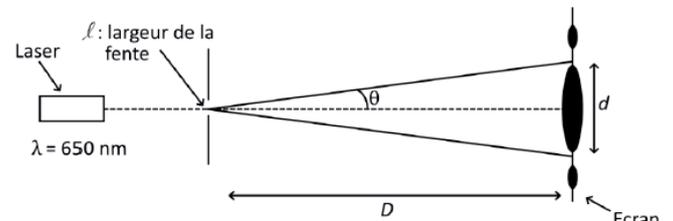


Figure 2. Schéma du montage expérimental vu du dessus

**Données :**

- Distance entre la fente et l'écran :  $D = 3,00$  m avec  $u(D) = 0,01$  m
- Longueur d'onde du laser utilisé :  $\lambda = 650$  nm
- La mesure de la largeur de la tache centrale sur la figure de diffraction obtenue en éclairant une perforation est  $d = 6,0$  mm avec  $u(d) = 0,5$  mm

**Q.2.** Donner la relation entre l'angle de diffraction  $\theta$ , la longueur d'onde  $\lambda$ , et la largeur de la fente  $\ell$ .

$$\theta = \frac{\lambda}{\ell}$$

**Q.3.** Établir, en utilisant l'approximation des petits angles  $\tan \theta \approx \theta$ , la relation entre  $\theta$ , la distance  $D$  entre la fente et l'écran, et  $d$ , la largeur de la tache centrale de diffraction. En déduire la relation suivante :

$$\frac{\lambda}{\ell} = \frac{d}{2D}$$

$$\tan \theta \approx \theta = \frac{d}{2 \times D} = \frac{\lambda}{\ell}$$

**Q.4.** En déduire la valeur de  $\ell$ , la largeur de la fente.

$$\text{On a } D = 3,00 \text{ m ; } \lambda = 650 \text{ nm ; } d = 6,0 \text{ mm, } \ell = \frac{2 \times \lambda \times D}{d} = \frac{2 \times 650 \times 10^{-9} \times 3,00}{6,0 \times 10^{-3}}$$

$$\ell = 650 \times 10^{-6} \text{ m}$$

## Données complémentaires :

- Pour décider si le résultat d'une mesure est en accord avec une valeur de référence, on utilise le quotient  $\frac{|x - x_{\text{ref}}|}{u(x)}$  avec  $x$ , la valeur mesurée ;  $x_{\text{ref}}$  la valeur de référence et  $u(x)$ , l'incertitude-type associée à la valeur mesurée  $x$  ;
- L'incertitude-type sur la largeur  $\ell$  est donnée par :

$$u(\ell) = \ell \times \sqrt{\left(\frac{u(d)}{d}\right)^2 + \left(\frac{u(D)}{D}\right)^2}$$

**Q.5.** Calculer l'incertitude-type  $u(\ell)$ . Vérifier que le résultat de la mesure est compatible avec la valeur de référence  $\ell = 0,55 \text{ mm}$ .

$D = 3,00 \text{ m}$  avec  $u(D) = 0,01 \text{ m}$   
 $d = 6,0 \text{ mm}$  avec  $u(d) = 0,5 \text{ mm}$   
 $\ell = 650 \times 10^{-6} \text{ m}$

$$u(\ell) = 650 \times 10^{-6} \times \sqrt{\left(\frac{0,5}{6,0}\right)^2 + \left(\frac{0,01}{3,00}\right)^2}$$

$$u(\ell) = 6 \times 10^{-5} \text{ m}$$

## 2. Étude de l'effet Venturi appliqué à la Mostiglass

Les fentes présentes sur la Mostiglass sont rétrécies : la surface d'entrée en contact avec l'air extérieur est supérieure à la surface de sortie en contact avec l'air intérieur. Ce rétrécissement est à l'origine de l'effet Venturi.

On réalise un montage (figure 3) dans lequel on injecte, à l'aide d'un sèche-cheveux, de l'air chaud dans un tunnel au centre duquel on place la Mostiglass. Ce montage est schématisé figure 4.

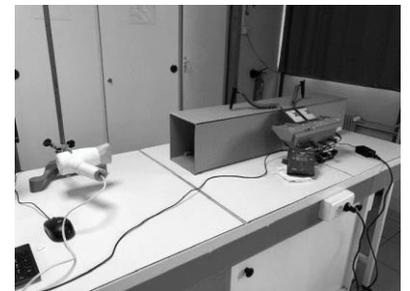


Figure 3. Photo du montage

On suit l'évolution de la température en fonction du temps dans le tunnel avant et après la Mostiglass, à l'aide de deux thermomètres reliés à une interface d'acquisition.

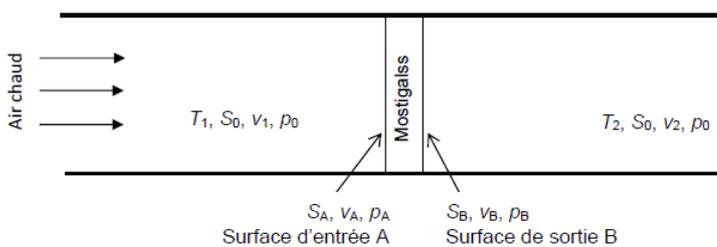


Figure 4. Schéma du montage

L'expérience est réalisée sans la Mostiglass. Les courbes obtenues sont représentées en figure 5a.  $T_1$  est la température d'entrée dans le tunnel,  $T_2$  est la température en sortie du tunnel. Puis la Mostiglass est insérée au centre du tunnel, les courbes obtenues sont représentées en figure 5b.

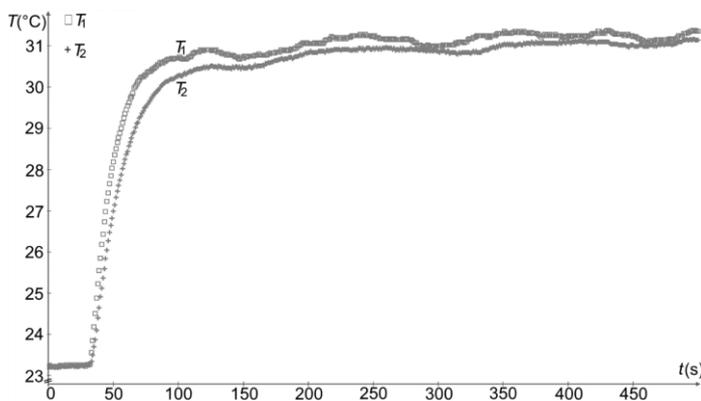


Figure 5a

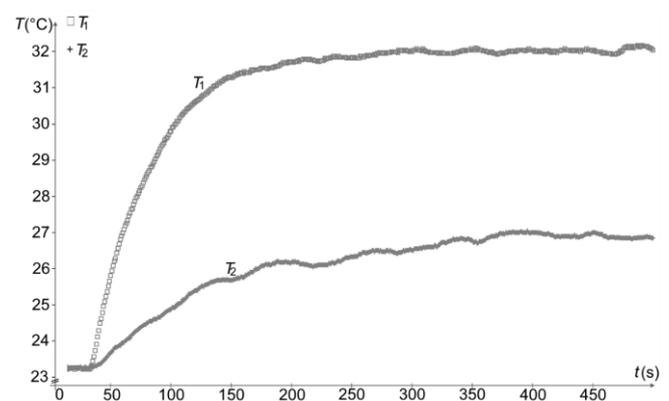


Figure 5b

**Q.6.** Évaluer la valeur de la différence de température en régime permanent dans les deux études et confirmer l'intérêt de la Mostiglass.

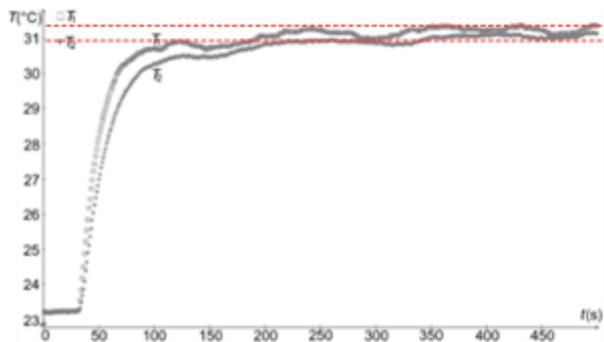


Figure 5a

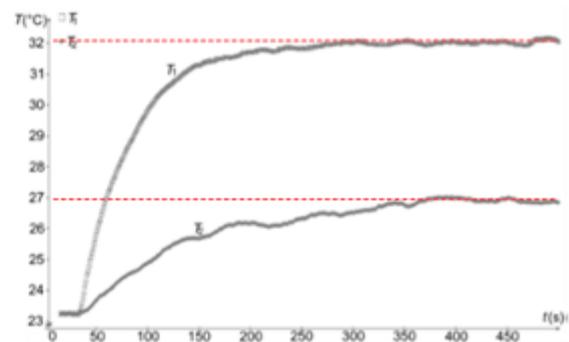


Figure 5b

L'insertion de la **Mostiglass** provoque une **baisse bien plus importante de la température** de sortie du tunnel, grâce à l'effet Venturi (accélération de l'air dans les fentes rétrécies entraînant une chute de pression, donc de température). On passe d'un écart inférieur à **1°C** sans Mostiglass à **5°C** avec Mostiglass. Cela **confirme l'intérêt thermique** de ce vitrage innovant.

#### Données :

- Vitesse de l'air chaud à l'entrée du tunnel :  $v_1 = 2,0 \text{ m.s}^{-1}$
- Masse volumique de l'air :  $\rho = 1,2 \text{ kg.m}^{-3}$
- Section du tunnel :  $S_0 = 4,0 \times 10^{-2} \text{ m}^2$
- Les fentes de la plaque de Mostiglass utilisée n'ont pas la même dimension en entrée et en sortie, donc :
  - en entrée, en A : la surface ouverte est  $S_A = 1,8 \times 10^{-3} \text{ m}^2$  ;
  - en sortie, en B : la surface ouverte est  $S_B = 0,95 \times 10^{-3} \text{ m}^2$  (Il y a un rétrécissement).
- Expression du débit volumique  $D_v$  :  $D_v = v \times S$  avec  $v$  la vitesse d'écoulement du fluide et  $S$  la section traversée par le fluide ;
- Relation de Bernoulli pour l'écoulement d'un fluide parfait et incompressible en régime permanent entre deux points A et B situés sur une ligne d'écoulement horizontale :

$$\frac{1}{2} \times \rho \times v_A^2 + p_A = \frac{1}{2} \times \rho \times v_B^2 + p_B$$

Avec  $\rho$  la masse volumique du fluide,  $v_A$ ,  $v_B$  les vitesses d'écoulement en A et B et  $p_A$ ,  $p_B$  les pressions en A et B ;

- $T \text{ (kelvin)} = 273 + T \text{ (°C)}$ .
- La relation entre la variation de pression (en Pa) et la variation de température (en K) est donnée par l'expression suivante :

$$\frac{\Delta T}{T} = \frac{\Delta P}{P}$$

- On prend comme référence la température à l'entrée de la Mostiglass exprimée en kelvin et la pression  $p_A$  égale à  $1,01 \times 10^5 \text{ Pa}$ .

On considère l'air comme un fluide parfait et incompressible en écoulement permanent.

**Q.7.** Justifier, à l'aide de la conservation du débit volumique, que  $v_1$ , la vitesse de l'air à l'entrée du tunnel, a la même valeur que  $v_2$ , celle à la sortie du tunnel.

Dans le tunnel (avant et après la Mostiglass), le **diamètre ne change pas**, donc la section transversale est constante :  $S_0$ .

On applique la **conservation du débit volumique** entre l'entrée et la sortie du tunnel (hors Mostiglass) :

$$D_1 = v_1 \times S_0 \text{ et } D_2 = v_2 \times S_0$$

Comme le fluide est **incompressible** et l'écoulement **permanent**, le débit se conserve :  $v_1 \times S_0 = v_2 \times S_0$

En simplifiant par  $S_0$  (non nul), on obtient :  $v_1 = v_2 = 2,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

**Q.8.** Calculer, à l'aide de la conservation du débit volumique, les valeurs des vitesses  $v_A$  et  $v_B$ , de l'air à l'entrée A et à la sortie B de la Mostiglass.

**Calcul du débit volumique dans le tunnel :** On a  $v_1 = v_2 = 2,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  et  $S_0 = 4,0 \times 10^{-2} \text{ m}^2$  donc

$$D_V = v_1 \times S_0 = 2,0 \times 4,0 \times 10^{-2} = 8,0 \times 10^{-2} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$$

**Calcul de  $v_A$  :** Surface d'entrée dans la Mostiglass :  $S_A = 1,8 \times 10^{-3} \text{ m}^2$

$$v_A = \frac{D_V}{S_A} = \frac{8,0 \times 10^{-2}}{1,8 \times 10^{-3}} \approx 44 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

**Calcul de  $v_B$  :** Surface d'entrée dans la Mostiglass :  $S_B = 0,95 \times 10^{-3} \text{ m}^2$

$$v_B = \frac{D_V}{S_B} = \frac{8,0 \times 10^{-2}}{0,95 \times 10^{-3}} \approx 84 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

**Q.9.** Montrer, en utilisant la relation de Bernoulli, que la Mostiglass provoque bien un effet Venturi et évaluer l'ordre de grandeur de la baisse de température pour la comparer à celle de l'expérience. Commenter.

$$p_B - p_A = \frac{1}{2} \times \rho \times (v_A^2 - v_B^2) < 0 \text{ donc } p_B < p_A$$

$$\frac{\Delta T}{T_1} = \frac{\Delta P}{P_A} \text{ soit } \Delta T = T_1 \times \frac{p_B - p_A}{P_A} = \frac{1}{2} \times T_1 \times \frac{\rho \times (v_A^2 - v_B^2)}{P_A}$$

$$\rho = 1,2 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

$$v_A = 44 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$v_B = 84 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$S_A = 1,8 \times 10^{-3} \text{ m}^2 ;$$

$$S_B = 0,95 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$T \text{ (kelvin)} = 273 + T \text{ (}^\circ\text{C)}.$$

$$p_A = 1,01 \times 10^5 \text{ Pa}.$$

$$\Delta T = \frac{1}{2} \times T_1 \times \frac{\rho \times (v_A^2 - v_B^2)}{P_A} = \frac{1}{2} \times (273 + 32) \times \frac{1,2 \times (44^2 - 84^2)}{1,01 \times 10^5} = -9,3^\circ\text{C}$$

Ce résultat représente une **baisse de température d'environ 9,3°C**, ce qui **confirme l'effet Venturi** provoqué par la Mostiglass

Le **calcul théorique** ( $\approx 9,3^\circ\text{C}$ ) est **cohérent en ordre de grandeur** avec la baisse observée expérimentalement ( $6^\circ\text{C}$ ).

La différence peut s'expliquer par des pertes thermiques, la non-idéalité du fluide (air réel), ou des approximations dans le montage.

Cela **confirme l'effet Venturi** généré par les fentes rétrécies de la Mostiglass : augmentation de vitesse  $\rightarrow$  chute de pression  $\rightarrow$  baisse de température.