

Vitrage

Une pièce d'habitation possède une baie vitrée de surface $S = 8,0 \text{ m}^2$ en contact avec l'air extérieur. On considère que les transferts thermiques avec l'extérieur de la pièce se font à travers la surface de la baie vitrée. La température de l'air extérieur $T_e = 273 \text{ K}$ est constante. La pièce est chauffée par un radiateur électrique alimenté par le secteur.

A. Caractéristiques du radiateur électrique

Le radiateur électrique convertit intégralement le **travail électrique qu'il reçoit en transfert thermique Q** qu'il évacue dans la pièce. La tension d'alimentation est $U = 230 \text{ V}$ et la résistance $R = 25,0 \Omega$.

B. Caractéristiques de vitrages

Vitrage de surface S	Résistance thermique $R_{th} \text{ (K.W}^{-1}\text{)}$
Simple : 1 couche de verre	6×10^{-4}
Double : 2 couches de verre et 1 d'argon	0,10
Triple : 3 couches de verre et 2 couches d'argon	0,16

Partie I — Constitution du vitrage de la baie vitrée

On souhaite effectuer un bilan d'énergie de la pièce pendant une durée de référence $\Delta t_{\text{réf}}$.

Le radiateur électrique qui chauffe la pièce ne fonctionne que pendant **10%** de la durée de référence. On obtient une température $T_1 = 293 \text{ K}$ constante en tout point de la pièce.

1. a. Quels modes de transfert thermique peuvent être mis en jeu entre le radiateur électrique et la pièce ?

Les transferts thermiques mis en jeu entre le radiateur électrique et l'air de la pièce sont :

1. **Convection** : L'air en contact avec la surface chaude du radiateur se réchauffe assurant la distribution de la chaleur dans toute la pièce.
2. **Rayonnement thermique** : Les parois du radiateur émettent des ondes infrarouges qui sont absorbées directement par les objets et murs de la pièce, puis restituées sous forme de chaleur à l'air ambiant.

- b. Exprimer le transfert thermique Q fourni par le radiateur à la pièce pendant la durée de référence $\Delta t_{\text{réf}}$ en fonction de la tension d'alimentation U du radiateur et de sa résistance R.

$$Q = 0,1 \times \frac{U^2}{R} \times \Delta t_{\text{réf}}$$

2. En déduire, en effectuant le bilan d'énergie du système {pièce et baie vitrée}, le flux thermique Φ traversant la baie vitrée et échangé avec le milieu extérieur.

- Loi de Newton : $\Phi = h \times S \times (T_e - T)$
- Coefficient d'échange convectif dans la situation étudiée : $h = 10 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$.

$$\Phi_{\text{vitrage}} = h \times S \times (T_e - T) = 10 \times 8,0 \times (273 - 293) = 1600 \text{ W}$$

$$\Phi_{\text{radiateur}} = 0,1 \times \frac{230^2}{25,0} \approx 212 \text{ W}$$

3. Quel type de vitrage est utilisé pour cette baie vitrée ?

$$R_{th} = \frac{\Delta T}{\Phi_{\text{radiateur}}} = \frac{20}{212} \approx 0,094 \text{ K.W}^{-1} : \text{Double : 2 couches de verre et 1 d'argon}$$

Partie II — Simple vitrage

Il s'agit d'un simple vitrage. On stoppe le chauffage. On considère que le système {pièce et baie vitrée} effectue un transfert thermique par convection avec l'air extérieur et qu'il est incompressible, de capacité thermique totale $C = m \times c = 100 \text{ kJ.K}^{-1}$, avec c la capacité thermique massique du système. La température initiale du système T_1 est 293 K.

1. Effectuer un bilan quantitatif d'énergie pour le système {pièce et baie vitrée} pendant une durée Δt au cours de laquelle la variation de température du système est ΔT . Retrouver la relation $C \times \Delta T = \Phi \times \Delta t$ où Φ est le flux thermique convectif échangé entre le système {pièce et baie vitrée} et l'air extérieur. Φ est considéré constant.

$$C = m \times c = 100 \text{ kJ.K}^{-1} \text{ et } T_1 = 293 \text{ K}$$

Bilan d'énergie sur un intervalle Δt

Énergie perdue par le système vers l'extérieur par convection : $Q_{\text{perdu}} = \Phi \times \Delta t$, où Φ est le flux thermique convectif constant.

Variation d'énergie interne du système (incompressible) liée à sa capacité thermique totale C : $\Delta U = C \times \Delta T$.

Principe de conservation de l'énergie (1^{er} principe) : Toute perte d'énergie interne se traduit par un transfert thermique sortant, soit $\Delta U = -Q_{\text{perdu}}$.

En valeur absolue (en considérant $\Delta T < 0$ si refroidissement) : $C \times \Delta T = \Phi \times \Delta t$

2. Établir l'équation différentielle vérifiée par la température T du système.

$$\begin{aligned} C \times \frac{dT}{dt} &= \Phi = h \times S \times (T_e - T) \\ \frac{dT(t)}{dt} &= -\frac{h \times S}{C} \times T(t) + \frac{h \times S}{C} \times T_e \end{aligned}$$

3. Résoudre cette équation différentielle.

$$\begin{aligned} T(t) &= A \times e^{-\frac{t}{\tau}} + T_e \\ T(0) = T_1 &= A \times e^{-\frac{0}{\tau}} + T_e \text{ donc } A = T_1 - T_e \\ T(t) &= (T_1 - T_e) \times e^{-\frac{t}{\tau}} + T_e \text{ avec } \tau = \frac{C}{h \times S} \text{ constante de temps} \end{aligned}$$

4. Déterminer la durée au bout de laquelle la température du système aura atteint la température limite de 289 K.

$$\begin{aligned} T(t) &= (T_1 - T_e) \times e^{-\frac{t}{\tau}} + T_e \\ e^{-\frac{t}{\tau}} &= \frac{T(t) - T_e}{(T_1 - T_e)} \\ t &= -\tau \times \ln\left(\frac{T(t) - T_e}{T_1 - T_e}\right) = -\frac{h \times S}{C} \times \ln\left(\frac{T(t) - T_e}{T_1 - T_e}\right) \\ t &= -\frac{100000}{10 \times 8,0} \times \ln\left(\frac{289 - 273}{293 - 273}\right) \approx 279 \text{ s} = 4 \text{ mn } 39 \text{ s} \end{aligned}$$

Données

- Loi de Newton : $\Phi = h \times S \times (T_e - T)$.
- Coefficient d'échange convectif dans la situation étudiée : $h = 10 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$.