Le principe d'une montgolfière

On modélise une montgolfière par un ballon rigide dont le volume est constant. Une ouverture est placée à la base du ballon, permettant à l'air de rentrer ou de s'échapper. Ce ballon de volume **V = 10 L** contient de l'air à 20 C et à une pression **P = 1,013×10^5 Pa**.

1. L'air, assimilé à un gaz parfait, est composé en volume de 80% de diazote N_2 et de 20% de dioxygène O_2.

La masse molaire M de l'air est égale à la somme des masses molaires du diazote et du dioxygène coefficientées par leurs pourcentages volumiques.

Montrer que la masse molaire **M** de l'air est égale à 28,8 g.mol^{-1}.

Masses molaires : M(O) = 16,0 g.mol^{-1}, M(N) = 14,0 g.mol^{-1}

$$M = 0{,}8 \times M(N_2) + 0{,}2 \times M(O_2) = 0{,}8 \times 2 \times 14{,}0 + 0{,}2 \times 2 \times 16{,}0 = 28{,}8\ g.mol^{-1}$$

2. a. Rappeler à quelles conditions un gaz peut être assimilé à un gaz parfait.

Pression faible et **température suffisamment élevée** pour éviter la condensation et garantir que l'agitation thermique domine les éventuelles attractions intermoléculaires.

Lorsque ces conditions sont remplies, l'équation d'état $P.V = n.R.T$

b. Calculer la quantité de matière d'air présente dans le ballon.

- Constante des gaz parfaits : R = 8,314 Pa.m^3.mol^{-1}.K^{-1}
- Conversion des températures : T(K) = θ(°C) + 273

$$n = \frac{P.V}{R.T} = \frac{1{,}013 \times 10^5 \times 10 \times 10^{-3}}{8{,}314 \times (20 + 273)} \approx 0{,}42\ mol$$

c. Calculer la masse de l'air compris dans le ballon.

La masse molaire M de l'air : $M = 28{,}8\ g.mol^{-1}$

$$m = n \times M \approx 0{,}42 \times 28{,}8 \approx 12g$$

3. L'air à l'intérieur du ballon est chauffé à 90 °C.

a. Quelle est alors la pression de l'air dans le ballon ?

La montgolfière est un ballon rigide dont le volume est constant. Une ouverture est placée à la base du ballon, permettant à l'air de rentrer ou de s'échapper donc la Pression reste constante.

b. Calculer la masse de l'air qui s'est échappée du ballon.

$$\Delta m = m - m' = (n - n') \times M = \left(\frac{P \times \mathrm{V}}{R \times \mathrm{T}} - \frac{P \times \mathrm{V}}{R \times \mathrm{T}'}\right) \times M = \left(\frac{1}{\mathrm{T}} - \frac{1}{\mathrm{T}'}\right)\frac{P \times \mathrm{V} \times M}{R}$$

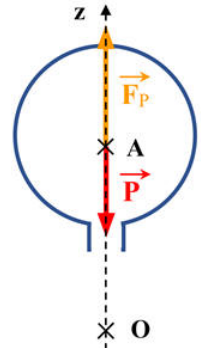
$$\Delta m = \left(\frac{1}{(20 + 273)} - \frac{1}{(90 + 273)}\right) \times \frac{1{,}013 \times 10^5 \times 10 \times 10^{-3} \times 28{,}8}{8{,}314} \approx 2{,}3g$$

4. On suppose que le ballon est soumis à deux forces, son poids et la poussée d'Archimède, comme le montre le schéma ci-contre.

La valeur de la poussée d'Archimède $\overrightarrow{F_P}$ exercée sur le ballon est égale à la valeur du poids $\vec{P}$ du volume d'air extérieur déplacé par le ballon.

a. Exprimer la deuxième loi de Newton pour le système {ballon et air intérieur} au moment où il décolle.

$$\text{PFD : } \sum \vec{F}_{ext}/_{syst} = \overrightarrow{F_P} + \vec{P} = m_{syst} \times \vec{a} > 0$$



La projeter sur l'axe vertical d'un repère d'espace (O ; $\vec{k}$) où O est pris au niveau du sol et où $\vec{k}$ est un vecteur unitaire orienté de bas en haut.

b. À quelle condition le ballon peut-il décoller ?

$$F_P \times \vec{k} - P \times \vec{k} = m_{syst} \times a \times \vec{k} > 0$$

$$\text{On projette suivant z : } F_P - m_{syst} \times g = m_{syst} \times a > 0 \text{ donc il décolle}$$

c. Montrer qu'il faut chauffer l'air intérieur du ballon pour que le décollage ait lieu. On appellera m_b la masse de l'enveloppe du ballon.

Si on chauffe l'air,

la quantité d'air diminue donc m_{syst} diminue dont P diminue donc $F_P - m_{syst} \times g$ *augmente* et le ballon *décolle*

$$F_P = \rho_{air} \times V \times g \text{ et } P = (m_{air} + m_b) \times g$$

Données :

- Masses molaires : M(O) = 16,0 g.mol^{-1}, M(N) = 14,0 g.mol^{-1}
- Intensité de la pesanteur : g = 9,81 N.kg^{-1}
- Constante des gaz parfaits : R = 8,314 Pa.m^3.mol^{-1}.K^{-1}
- Conversion des températures : T(K) = θ(°C) + 273