Dynamique Newtonienne -Le thermomètre de Galilée

Le liquide d'un thermomètre de Galilée a une masse volumique $\rho_l(\theta)$ qui décroît lorsque la température augmente.

Partie I : Étude théorique du mouvement :

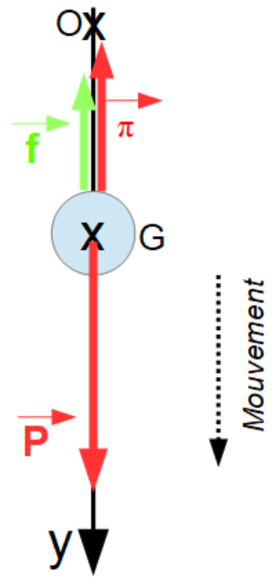
Le liquide du thermomètre est à 18°C; à cette température, l'ampoule portant le médaillon « 18°C», de 12,0g et de volume V, flotte. On chauffe le liquide jusqu'à 20°C, l'ampoule descend alors dans le tube.

On prend pour origine des dates (t = 0s) l'instant où l'ampoule se met en mouvement.

On modélise la valeur de f de la force de frottement fluide exercée par le liquide sur l'ampoule par $f = k \times v_G$, avec v_G la valeur de la vitesse du centre de masse de l'ampoule et k le coefficient de frottement. On définit l'axe (Oy) dirigé vers le bas dont l'origine O coïncide avec le centre de masse de l'ampoule portant le médaillon «18°C» à la date t = 0s.

1. Représenter, sans souci d'échelle mais de façon cohérente, les forces s'exerçant sur l'ampoule en mouvement.

1. Système étudié : l'ampoule {m, G}
2. Référentiel d'étude ; référentiel terrestre (Galiléen) lié au tube en verre. $R(0,\vec{y})$
3. Bilan des forces :
   a. Poids de l'ampoule : $\vec{P}$ avec $P = m.g$
   b. Poussée d'Archimède : $\vec{\pi}$ avec $\pi = -\rho_l(\theta) \times V \times g$
   c. Force de frottement : $\vec{f}$ avec $f = -k \times v_G$



2. Montrer que la valeur a_G de l'accélération et v_G de la vitesse de G sont liées par $\mathbf{a_G} = \mathbf{A} - \mathbf{B} \times \mathbf{v_G}$. Exprimer A et B en fonction de m, g, k, $\rho_l(\theta)$ et V.

PFD : Deuxième loi de Newton dans un référentiel galiléen : $\vec{P} + \vec{\pi} + \vec{f} = m \times \vec{a_G}$

On projette ces vecteurs sur l'axe Oy : $m \times g - \rho_l(\theta) \times V \times g - k \times v_G = m \times a_G$

$$a_G = g - \frac{\rho_l(\theta) \times V \times g}{m} - \frac{k}{m} \times v_G$$

$$a_G = \left(g - \frac{\rho_l(\theta) \times V \times g}{m}\right) - \frac{k}{m} \times v_G$$

$$a_G = A - B \times v_G \text{ avec } A = g\left(1 - \frac{\rho_l(\theta) \times V}{m}\right) \text{ et } B = \frac{k}{m}$$

3. Calculer A et B.

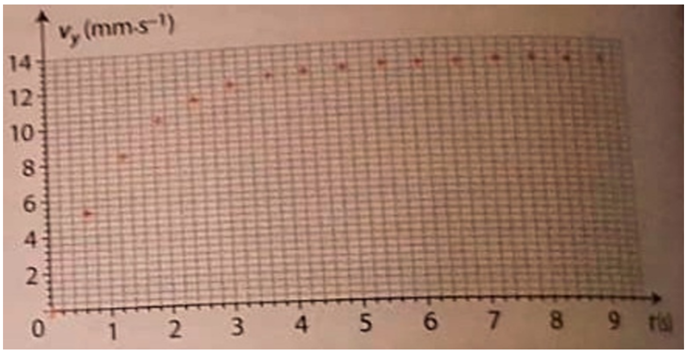
$$g\left(1 - \frac{\rho_l(\theta) \times 4 \times \pi \times R^3}{3 \times m}\right) \text{ avec } \rho_l = 848\ kg.m^{-3}\ ;\ k = 8{,}8 \times 10^{-3}\ kg.s^{-1}\ ;\ g = 9{,}81\ m.s^{-2}\ ;\ R = 1{,}50\ cm$$

$$A \approx 9{,}55 \times 10^{-3} m.s^{-2} \text{ et } B = \frac{k}{m} \approx 0{,}73\ s^{-1}$$

<table>
<tr>
<td>

Partie II : Étude expérimentale du mouvement.

Une capture vidéo permet d'obtenir la courbe ci-dessous.



</td>
<td>

1. Justifier que l'ampoule atteint une valeur constante v_ℓ et la déterminer.

$$a_G = A - B \times v_G$$

$$\frac{dv_G}{dt} = A - B \times v_G$$

$$\frac{dv_G}{dt} + B \times v_G = A$$

$$\frac{dv_G}{dt} + B \times v_G = 0$$

</td>
</tr>
</table>

Solution générale sans 2nd membre : $\frac{dv_G}{v_G} + B \times dt = 0$ donne $v_G(t) = C \times e^{-B.t} + v_G(0) = C \times e^{-B.t}$

Une solution particulière : $v_G = \frac{A}{B}$

Solution générale : $v_G(t) = C \times e^{-B.t} + \frac{A}{B}$

Lorsque $t \to \infty, v_G(t) = \frac{A}{B} = v_l$

$$v_l = \frac{A}{B} = \frac{g\left(1 - \frac{\rho_l(\theta) \times V}{m}\right)}{\frac{k}{m}} = \frac{g(m - \rho_l(\theta) \times V)}{k} \approx 13{,}1 \times 10^{-3} \text{ m/s} \approx 13{,}1 \text{ mm/s}$$

2. Montrer que $v_l = \frac{A}{B}$

Lorsque $t \to \infty, \frac{dv_l}{dt} = 0$ donc $A - B \times v_l = 0$ donc $v_l = \frac{A}{B}$