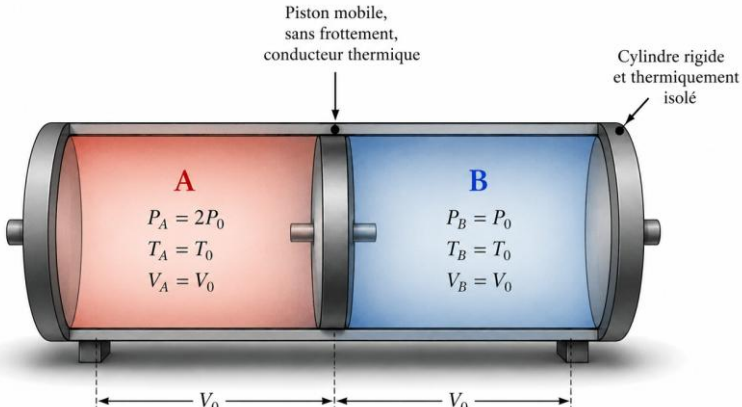


Détente et mise en équilibre de deux gaz parfaits dans un cylindre isolé

Application des premier et second principe

Un cylindre **rigide, isolé thermiquement** et fermé à ses deux extrémités, est divisé en deux parties par un **piston sans frottement et bon conducteur de la chaleur**. Initialement, le piston est maintenu au milieu du cylindre ; une partie A contient 1 litre de gaz parfait à 300°K et 2 atm, l'autre partie B, 1 litre de gaz parfait à 300°K et 1 atm. On prendra comme conditions de référence : $P_0 = 1 \text{ atm}$, $T_0 = 300^\circ\text{K}$, $V_0 = 1 \text{ L}$.

1. Faire un schéma du problème. Dans l'état d'équilibre initial du système, exprimer P_A , P_B , T_A , T_B , V_A et V_B en fonction de P_0 , T_0 et V_0 .

 <p>Piston mobile, sans frottement, conducteur thermique</p> <p>Cylindre rigide et thermiquement isolé</p> <p>A $P_A = 2P_0$ $T_A = T_0$ $V_A = V_0$</p> <p>B $P_B = P_0$ $T_B = T_0$ $V_B = V_0$</p>	<p>Compartiment A : $P_A = 2P_0, V_A = V_0, T_A = T_0$</p> $P_A V_A = n_A R T_A \Rightarrow n_A = \frac{2P_0 V_0}{R T_0}$ <p>Compartiment B : $P_B = P_0, V_B = V_0, T_B = T_0$</p> $P_B V_B = n_B R T_B \Rightarrow n_B = \frac{P_0 V_0}{R T_0}$ $\Rightarrow n_A = 2n_B$
--	--

On enlève le piston :

2. Dans l'état d'équilibre final :

a) Exprimer T'_A et T'_B , les températures des compartiments A et B à l'instant d'équilibre final, en fonction de T_0 . Justifier.

Les 2 parties du cylindre sont mises en communication.

Le cylindre est rigide ; isolé thermiquement ; fermé.

Pour le système global : $Q = 0$; $W = 0$

1er principe : $\Delta U = Q + W \Rightarrow \Delta U = 0$: L'énergie interne totale du système se conserve.

Pour un gaz parfait, U ne dépend que de la température : $U = U(T)$

Etat initial : $T_A = T_B = T_0$

Après retrait du piston, les gaz évoluent jusqu'à un équilibre thermique.

À l'équilibre final $T'_A = T'_B$

$U_{\text{Tot}} = \text{cte}$ et $T'_A = T'_B = T_0 \Rightarrow T'_A = T_0$ et $T'_B = T_0 \Rightarrow T'_A = T'_B = T_0 = 300^\circ\text{K}$

b) Que peut-on dire de P'_A et P'_B , les pressions des compartiments A et B à l'instant d'équilibre final ? Justifier.

A l'équilibre : $P'_A = P'_B$

Si les pressions étaient différentes, le gaz continuerait à se déplacer. Donc il n'y aurait pas équilibre mécanique.

On introduit une pression commune : $P'_A = P'_B = P_f$

c) Calculer la pression d'équilibre P_f après le retrait du piston.

À l'état initial :

Compartiment A : $P_A = 2 \text{ atm}$; $V_A = 1 \text{ L}$; $T_A = 300 \text{ K}$

Compartiment B : $P_B = 1 \text{ atm}$; $V_B = 1 \text{ L}$; $T_B = 300 \text{ K}$

Après disparition du piston les deux gaz communiquent et le système évolue jusqu'à l'équilibre mécanique.

À l'équilibre : $P'_A = P'_B = P_f$

Calcul de la pression finale

Le volume total vaut : $V_{\text{tot}} = V_A + V_B = 2 \text{ L}$

Quantité de matière initiale dans A : $n_A = \frac{P_A V_A}{RT_A} = \frac{2}{R \times 300}$

Quantité de matière initiale dans B : $n_B = \frac{P_B V_B}{RT_B} = \frac{1}{R \times 300}$

Quantité totale de matière : $n_{\text{tot}} = n_A + n_B = \frac{2}{300R} + \frac{1}{300R} = \frac{3}{300R}$

État final : $P_f V_{\text{tot}} = n_{\text{tot}} RT_f \Rightarrow P_f \times 2 = \frac{3}{300R} \times R \times 300 = 3 \Rightarrow P_f = \frac{3}{2} = 1,5 \text{ atm} \Rightarrow P_f = P'_A = P'_B = 1,5 \text{ atm}$

3. En appliquant le premier principe au système cylindre + gaz :

a) Calculer la variation totale de l'énergie interne ΔU pour le système en justifiant les simplifications.

Système = cylindre + gaz A + gaz B

Le premier principe : $\Delta U = Q + W$

Le cylindre est isolé thermiquement, donc il n'y a pas d'échange de chaleur avec l'extérieur : $Q = 0 \text{ J}$

Cylindre rigide donc pas de variation de volume \Rightarrow pas de travail des forces de pression avec l'extérieur : $W = 0 \text{ J}$

$\Delta U_{\text{tot}} = 0 \text{ J}$

Cela signifie que l'énergie interne totale du gaz avant et après retrait du piston est la même.

b) De quelle variable d'état l'énergie interne du système dépend-elle uniquement ? Justifier.

Pour un gaz parfait, l'énergie interne dépend uniquement de la température : $U = U(T)$

Cette propriété provient du modèle du gaz parfait :

- les particules n'interagissent pas entre elles ;
- l'énergie interne est uniquement liée à l'agitation thermique microscopique.

Pour un gaz parfait : $dU = nC_V dT$

ici $T_f = T_0 \Rightarrow \Delta U_{\text{tot}} = 0$

4. En appliquant le second principe au cylindre global :

a) Calculer la variation totale d'entropie du système ΔS pour le cylindre en justifiant les simplifications. Donner la valeur numérique.

Pour un gaz parfait $\Delta S = nC_V \ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right) + nR \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right) = nC_P \ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right) - nR \ln\left(\frac{P_f}{P_i}\right)$

$T_A = T_B = T'_A = T'_B = T_0 \Rightarrow \ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right) = \ln(1) = 0$

$\Delta S_A = -n_A R \ln\left(\frac{P_f}{P_A}\right)$ et $\Delta S_B = -n_B R \ln\left(\frac{P_f}{P_B}\right)$

$n_A = \frac{2P_0 V_0}{RT_0}$ et $n_B = \frac{P_0 V_0}{RT_0}$

$$P_f = 1,5P_0$$

$$\Delta S_A = -\frac{2P_0V_0}{RT_0} R \ln\left(\frac{1,5P_0}{2P_0}\right) = -\frac{2P_0V_0}{T_0} \ln\left(\frac{3}{4}\right) = \frac{2P_0V_0}{T_0} \ln\left(\frac{4}{3}\right)$$

$$\Delta S_B = -\frac{P_0V_0}{RT_0} R \ln\left(\frac{1,5P_0}{P_0}\right) = -\frac{P_0V_0}{T_0} \ln\left(\frac{3}{2}\right)$$

$$\Delta S = \frac{2P_0V_0}{T_0} \ln\left(\frac{4}{3}\right) - \frac{P_0V_0}{T_0} \ln\left(\frac{3}{2}\right) \Rightarrow \Delta S = \frac{P_0V_0}{T_0} \left[2\ln\left(\frac{4}{3}\right) - \ln\left(\frac{3}{2}\right)\right] \simeq 0,057 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$$

b) Calculer l'entropie produite S_p pour le cylindre. La transformation est-elle irréversible ?

Le bilan entropique : $\Delta S = S_e + S_p$ avec S_e est l'entropie échangée avec l'extérieur et S_p est l'entropie produite par irréversibilité.

Le cylindre est isolé thermiquement : $Q = 0$ or par définition $S_e = \int \frac{\delta Q}{T_{ext}} \Rightarrow S_e = 0 \Rightarrow \Delta S = S_p$

$\Delta S \simeq 0,057 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \Rightarrow S_p \simeq 0,057 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} > 0$ la transformation est irréversible.