

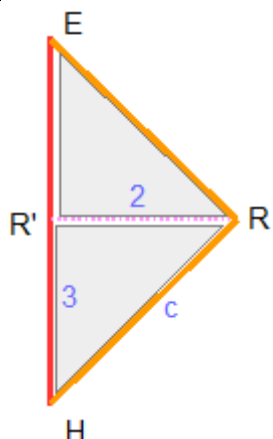
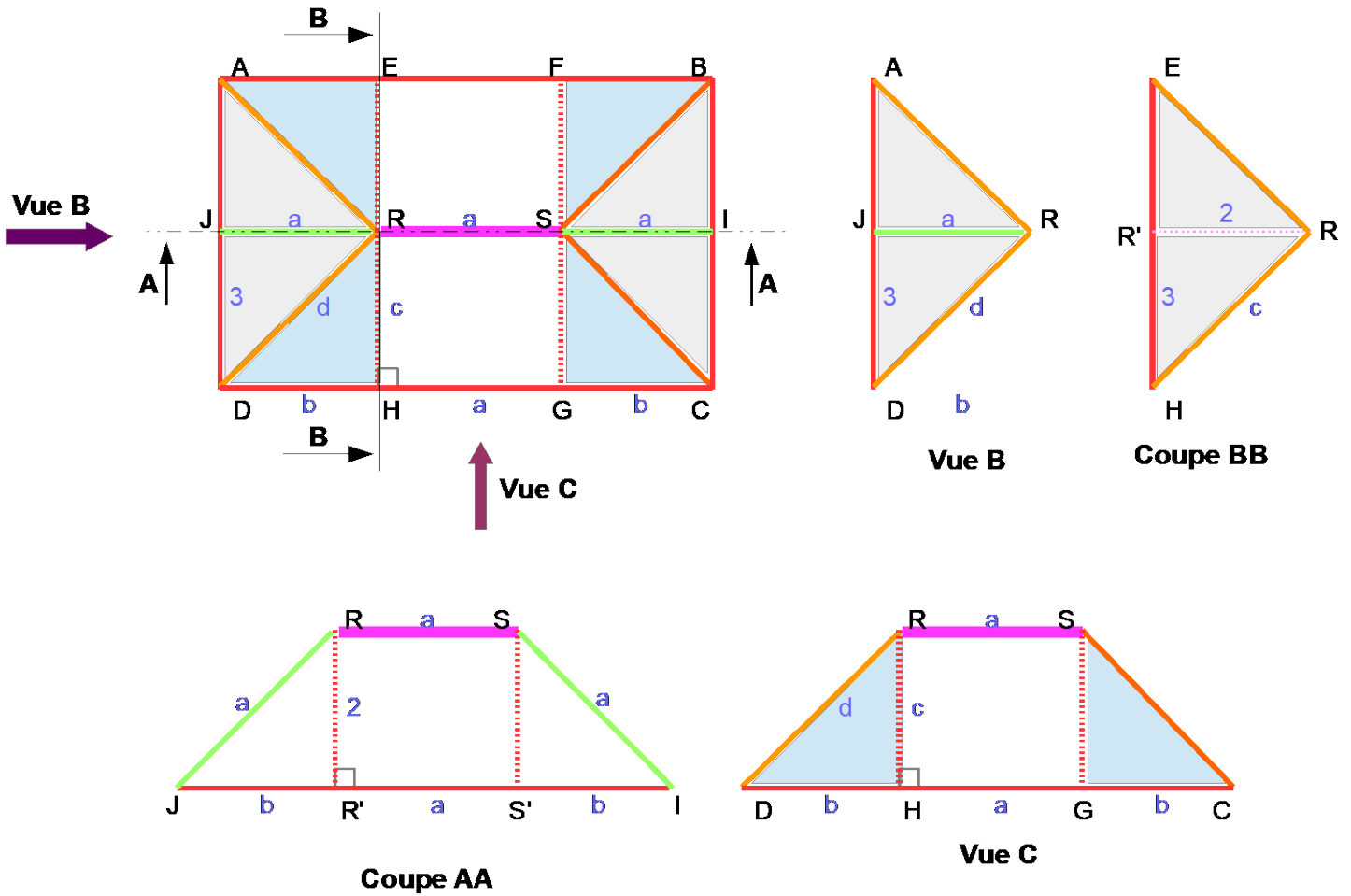
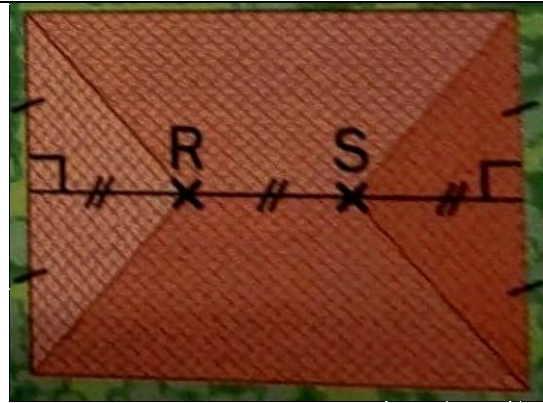
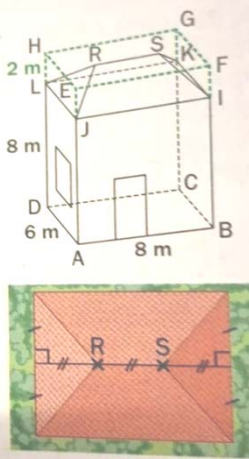
Géométrie dans l'espace

113 François veut refaire la toiture de sa maison représentée ci-contre. Une entreprise lui indique qu'il devra payer 200 € par m^2 de rénovation.

a. Quel prix affichera la facture de François ?

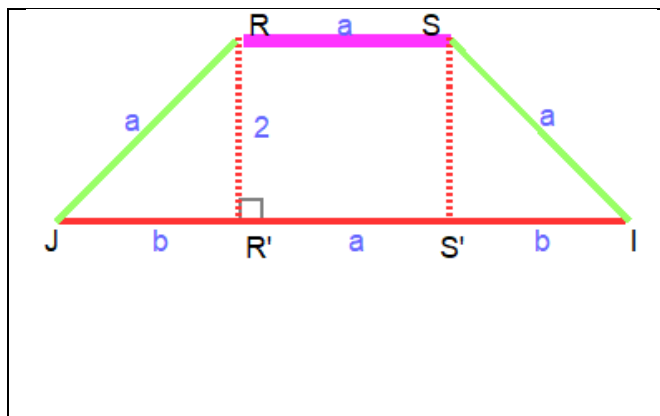
b. Les arêtières sont les tuiles permettant de relier deux versants d'une toiture. Pour commander les arêtières adaptés, l'entreprise lui demande la mesure des angles $\widehat{RJI}$ et $\widehat{RSL}$.

Aider François à calculer ces deux mesures.



Coupe BB :

$$c = \sqrt{13}$$



Coupe AA : On a $2b + a = 8$

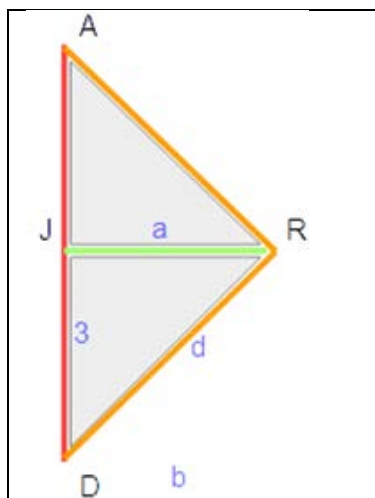
De la coupe AA on a : $b = \sqrt{a^2 - 4}$

$$2\sqrt{a^2 - 4} = 8 - a$$

$$4a^2 - 16 = a^2 + 64 - 16a$$

$$3a^2 + 16a - 80 = 0$$

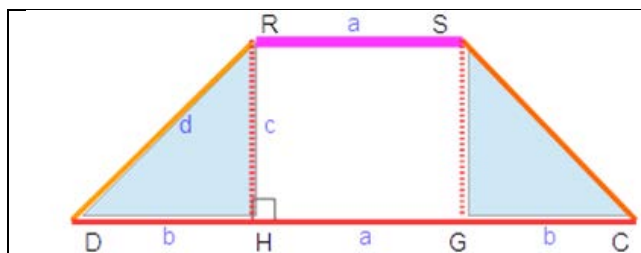
$$a > 0 \text{ donc } a = \frac{-8 + 4\sqrt{19}}{3} \text{ et } b = \frac{16 - 2\sqrt{19}}{3}$$



Vue B : Aire ARD = BCS = Aire1

$$\text{Aire1} = \frac{6 \times a}{2} = \frac{6 \times \frac{-8 + 4\sqrt{19}}{3}}{2} = \frac{6 \times \frac{-8 + 4\sqrt{19}}{3}}{2} = -8 + 4\sqrt{19}$$

$$2 \times \text{Aire1} = -16 + 8\sqrt{19}$$



Vue C

Vue B : Aire DRSC = Aire2

$$\text{Aire2} = \frac{(a + 8) \times c}{2} = \frac{\left(\frac{-8 + 4\sqrt{19}}{3} + 8\right) \times \sqrt{13}}{2}$$

$$\text{Aire2} = \frac{16\sqrt{13} + 4\sqrt{247}}{6}$$

$$2 \times \text{Aire2} = \frac{16\sqrt{13} + 4\sqrt{247}}{3}$$

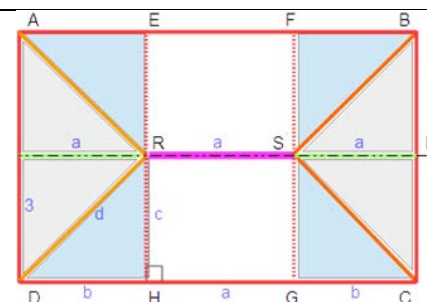
$$2 \times \text{Aire1} = -16 + 8\sqrt{19}$$

$$\text{Aire} = 2 \times \text{Aire1} + 2 \times \text{Aire2} = \frac{-48 + 16\sqrt{13} + 24\sqrt{19} + 4\sqrt{13 \cdot 19}}{3}$$

b)

$$\tan(\widehat{RDH}) = \frac{c}{b} = \frac{\frac{-8 + 4\sqrt{19}}{3}}{\frac{16 - 2\sqrt{19}}{3}} = \frac{-4 + 2\sqrt{19}}{8 - \sqrt{19}}$$

$$\tan(\widehat{RDA}) = \frac{a}{3} = \frac{\sqrt{13}}{3}$$



RJI ici RDC

RJL = RDA

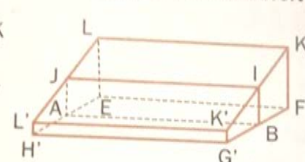
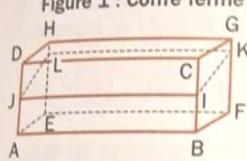
120 Le coffre à jouets

BAC

Un ébéniste construit un coffre à jouets dont la forme est un parallélépipède rectangle ABCDEFGH (figure 1). I et J sont les milieux respectifs de [BC] et de [AD], AB = 8 dm, AE = AD = 3 dm. L et K sont deux points des arêtes respectives [EH] et [FG], tels que EL = FK = 2,5 dm.

Figure 1 : Coffre fermé

Figure 2 : Coffre ouvert

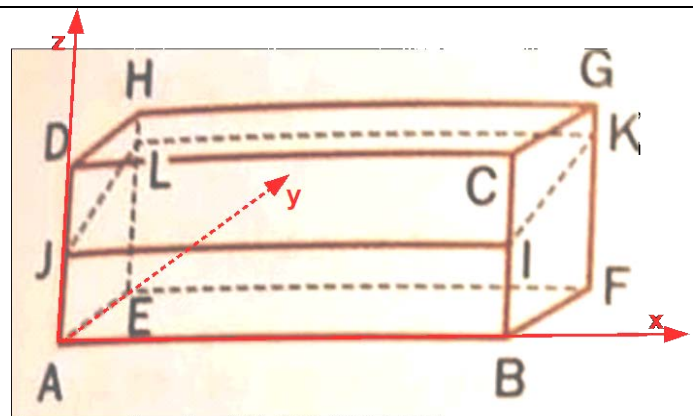


Le coffre s'ouvre suivant la charnière [IJ] (figure 2). Pour le fabriquer, on doit connaître l'angle $\widehat{CIK}$.

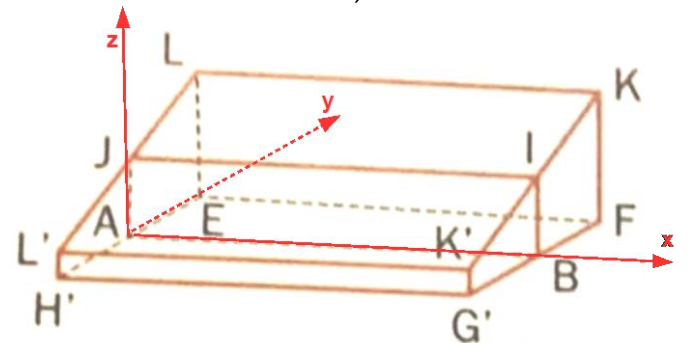
On se place dans le repère $(A; \frac{1}{8}\overrightarrow{AB}, \frac{1}{3}\overrightarrow{AE}, \frac{1}{3}\overrightarrow{AD})$.

1. Justifier que ce repère est orthonormé.
2. Donner, sans justifier, les coordonnées de F et H.
3. a. Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{IC}$ et $\overrightarrow{IK}$.
b. Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{IC} \cdot \overrightarrow{IK}$.
c. En déduire une valeur approchée de $\widehat{CIK}$.

Sujet adapté, Bac STD2A, Antilles-Guyane, juin 2016.



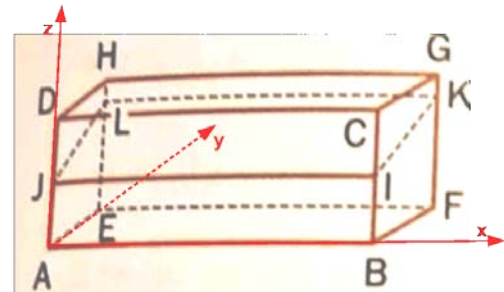
$AB = 8\text{ cm}; AE = AD = 3\text{ cm}; AJ = BJ = 1,5\text{ cm}; EL = FK = 2,5\text{ cm}$



1. Un parallélépipède rectangle est un solide dont tous les angles sont des angles droits donc le repère est **orthogonal**.

De plus $\|\frac{1}{8}\overrightarrow{AB}\| = \|\frac{1}{3}\overrightarrow{AE}\| = \|\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}\| = 1$ donc le repère est **orthonormé**.

2.



$AB = 8\text{ cm}; AE = AD = 3\text{ cm}; AJ = BJ = 1,5\text{ cm}; EL = FK = 2,5\text{ cm}$

Coordonnées de F : (8; 3; 0)

Coordonnées de H : (0; 3; 3)

3) a) Coordonnées de $\overrightarrow{IC}$ et $\overrightarrow{IK}$

- Coordonnées de I : (8; 0; 1,5)
- Coordonnées de C : (8; 0; 3)
- Coordonnées de K : (8; 3; 2,5)

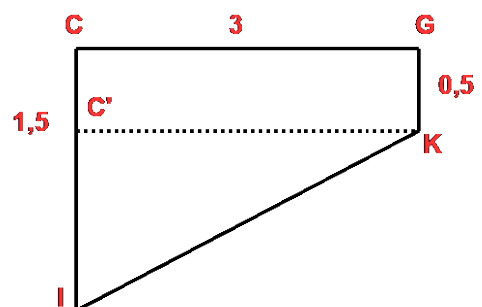
$$\overrightarrow{IC} = \begin{cases} x_C - x_I = 8 - 8 = 0 \\ y_C - y_I = 0 - 0 = 0 \\ z_C - z_I = 3 - 1,5 = 1,5 \end{cases}$$

$$\overrightarrow{IK} = \begin{cases} x_K - x_I = 0 \\ y_K - y_I = 3 \\ z_K - z_I = 1 \end{cases}$$

b) Produit scalaire : $\overrightarrow{IC} \cdot \overrightarrow{IK}$

$$\overrightarrow{IC} \cdot \overrightarrow{IK} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1,5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} = 1,5$$

c) Valeur approchée de $\widehat{CIK}$



$\widehat{CIK} = \widehat{C'IK}$ avec $C'I = 1$

$$\tan(\widehat{C'IK}) = \frac{3}{1} = 3$$

$$\widehat{CIK} = \tan^{-1}(3) = 71,6^\circ$$