# MECÁNICA NEWTONIANA

2020 A

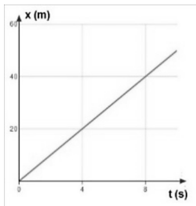
HOJA DE TRABAJO 4

## CINEMÁTICA 1

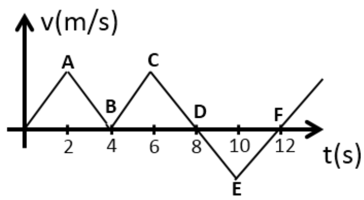
**PREGUNTAS**

1. Suponga que una partícula se mueve con rapidez constante. Cuál de los siguientes enunciados es siempre correcto:
   a) $\frac{d(\vec{v}\cdot\vec{v})}{dt} = 0$
   b) $\frac{d\vec{v}}{dt} = 0$
   c) $\frac{d\overrightarrow{u_v}}{dt} = 0, \overrightarrow{u_v} = \frac{\vec{v}}{v}$
   d) $\frac{d(\vec{v}\cdot\vec{v})}{dt} = cte \neq 0$
   e) $\frac{d\vec{v}}{dt} = \overrightarrow{cte} \neq 0$

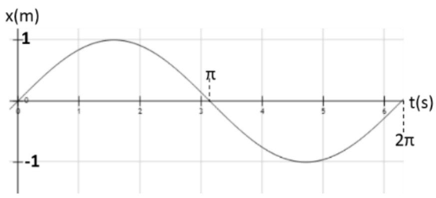
2. El siguiente gráfico representa la posición de una partícula con respecto al tiempo. Señale la opción correcta:
   a) La velocidad de la partícula crece.
   b) La velocidad de la partícula decrece.
   c) La velocidad de la partícula permanece constante.
   d) La aceleración de la partícula es una constante diferente de cero.
   e) Los módulos de la velocidad media y la velocidad instantánea son diferentes.




3. Utilizando la información del siguiente gráfico de velocidad versus tiempo para un movimiento en una dimensión, si se conoce que en t = 0 s, la posición del cuerpo es 2 m. Determine los puntos en los cuales ocurre una inversión del movimiento, es decir, la dirección del movimiento cambia.
   a) A, C
   b) B, D, F
   c) A, C, E
   d) D, F
   e) B, D




4. Considere el siguiente gráfico de posición versus tiempo para una partícula que se mueve sobre el eje x. La rapidez media entre $t = 0$ s y $t = 2\pi$ s es igual a:
   a) $0$ m/s
   b) $\frac{2}{\pi}$ m/s
   c) $\frac{1}{\pi}$ m/s
   d) $\frac{4}{\pi}$ m/s
   e) $4$ m/s



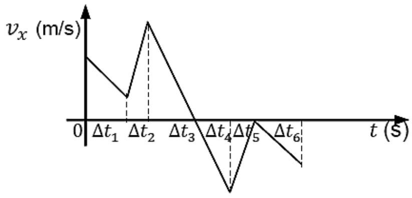

5. Una pelota se lanza verticalmente hacia arriba con una rapidez inicial $v_0$ y mientras sube experimenta una aceleración $a = -(g + kv^2)$, donde $g$ es la magnitud de la gravedad, $k$ es una constante y $v$ es la rapidez de la pelota.
   a) La aceleración de la pelota es constante durante el movimiento.
   b) El módulo de la aceleración es máximo inmediatamente después de que la pelota es lanzada.
   c) El módulo de la aceleración es máximo cuando la pelota alcanza su altura máxima.
   d) En un punto intermedio durante la subida se cumple que $a = 0$.
   e) El movimiento es de caída libre.

6. Suponga que un objeto es lanzado verticalmente hacia arriba. Considerando la resistencia del aire al movimiento, señale en que punto de la trayectoria la magnitud de su aceleración será menor.
   a) Justo después de haber sido arrojado.
   b) Justo después de alcanzar su altura máxima.
   c) Justo antes del alcanzar su altura máxima.
   d) Cuando regresa al punto del que fue arrojado.
   e) No existe mínimo pues la aceleración es constante.

7. Para el movimiento de una partícula, que en cierto instante se encuentra en el punto $P$, se conoce que su posición es $\vec{r}$ y su velocidad $\vec{v}$; si a partir del punto se considera un desplazamiento infinitesimal d$\vec{r}$, necesariamente se cumple que:
   a) $\overrightarrow{u_r} = \overrightarrow{u_{dr}}$
   b) $\vec{r} \cdot d\vec{r} = 0$
   c) $\vec{r} \times d\vec{r} = \vec{0}$
   d) $\vec{v} \cdot d\vec{r} = 0$
   e) $\vec{v} \times d\vec{r} = \vec{0}$

8. Si una partícula que se mueve en el plano $xy$, describe una trayectoria dada por $y = f(x)$, entonces la pendiente de la recta tangente en cualquier punto de la trayectoria representa:
   a) la rapidez $v$
   b) la velocidad $\vec{v}$
   c) el unitario de la velocidad $\overrightarrow{u_v}$
   d) la relación de las componentes de la velocidad $v_y/v_x$
   e) ninguna de las alternativas mostradas

9. El gráfico muestra el movimiento de una partícula sobre el eje $x$ durante seis intervalos de tiempo. La partícula tiene movimiento retardado (desacelerado) durante:
   a) ningún intervalo
   b) $\Delta t_1, \Delta t_3, \Delta t_4$
   c) $\Delta t_1, \Delta t_3, \Delta t_5$
   d) $\Delta t_1, \Delta t_3, \Delta t_4, \Delta t_5$
   e) $\Delta t_1, \Delta t_3, \Delta t_4, \Delta t_6$




10. Una partícula que se mueve por una trayectoria curva (no recta) en el espacio tiene una velocidad $\vec{v} = v\overrightarrow{u_v}$, donde $v$ es su rapidez y $\overrightarrow{u_v}$ su dirección. Si la rapidez de la partícula permanece constante, su aceleración en cualquier instante será:
   a) cero
   b) constante diferente de cero
   c) $v\frac{d\overrightarrow{u_v}}{dt}$
   d) $\frac{dv}{dt}$
   e) ninguna de las alternativas mostradas

11. Considere una partícula que se mueve bajo la acción de una aceleración constante diferente de cero:
   a)Su trayectoria es una parábola si su velocidad inicial es cero.
   b)Su trayectoria es una parábola si su velocidad inicial es diferente de cero.
   c)Su velocidad nunca puede ser cero.
   d)El plano que definen su velocidad y su aceleración es el plano de la trayectoria.
   e)Si la trayectoria es curva la aceleración no puede ser constante.

12. Desde lo alto de un edificio se abandona un cuerpo de tal manera que se mueve durante $n$ segundos, la rapidez media del cuerpo durante los $2$ últimos segundos de su movimiento es:
   ($g$ magnitud de la gravedad)
   a) $g\left(n - \frac{1}{2}\right)$
   b) $g\frac{n}{2}$
   c) $g(n-2)$
   d) $g(n-1)$
   e) $g(n+1)$

13. Un paracaidista en caída libre alcanza una rapidez de $20$ m/s cuando abre su paracaídas y su aceleración pasa a ser $(9.8 - 0.4v)$ m/s$^2$, donde $v$ es la rapidez del paracaidista en m/s, en ese instante, el movimiento del paracaidista es hacia:
a) abajo y retardado
b) abajo y acelerado
c) arriba y retardado
d) arriba y acelerado
e) abajo y uniforme

14. Una partícula se mueve sobre el eje $x$ de acuerdo con la relación $v_x = \sqrt{A - Bx^2}$ m/s, donde $A$ y $B$ son constantes positivas, $x$ la posición en m. La aceleración de la partícula:
a) es cero en cualquier instante
b) es constante diferente de cero
c) varía linealmente con la posición
d) varía no linealmente con la posición
e) no se puede relacionar con la posición

15. Una partícula que se mueve en el plano $xy$ sobre la curva $y = x - \frac{x^2}{4}$, donde $x$ y $y$ están en m, tiene la componente en $x$ de su velocidad $v_x = 4$ m/s constante. En $x = 1$ m, la rapidez de la partícula es:
a) $\sqrt{15}$ m/s
b) $4$ m/s
c) $\sqrt{20}$ m/s
d) $5$ m/s
e) $otro\ valor$

**PROBLEMAS**

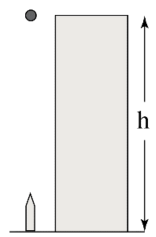
1. Dos autos, A y B, se mueven en línea recta, en la misma dirección. Cuando $t = 0$ s, sus velocidades respectivas son $1$ pie/s y $3$ pies/s, y sus respectivas aceleraciones son $2$ pies/s$^2$ y $1$ pie/s$^2$. Si el auto A se encuentra $1.5$ pies delante del auto B cuando $t = 0$ s, determine en que instante (s) se encontrarán los autos lado a lado.

2. Un cuerpo cae libremente, a partir del reposo. Demuestre que la distancia que recorre durante el enésimo segundo es $\left(n - \frac{1}{2}\right)g$.

3. Dos proyectiles A y B se lanzan verticalmente hacia arriba con $2$ s de intervalo, el primero con una velocidad inicial de $50$ m/s y el segundo con una velocidad inicial de $80$ m/s. a) Determine el tiempo transcurrido hasta que los dos se encuentren a la misma altura. b) ¿A qué altura sucederá? c) ¿Qué velocidad tendrá cada uno en ese momento? Utilice $g = 9{,}8$ m/s$^2$.
R: a) $3.62$ s; b) $116.78$ m; c) $\overrightarrow{v_A} = 14.52\,\vec{j}$ m/s, $\overrightarrow{v_B} = 64.12\,\vec{j}$ m/s

4. Una piedra es lanzada verticalmente hacia arriba desde el techo de un edificio con una velocidad de $29.4$ m/s. Otra piedra se deja caer $4$ s después que se lanza la primera. Demuestre que la primera piedra pasará a la segunda exactamente $4$ s después que se soltó la segunda. Utilice $g = 9.8$ m/s$^2$.

5. De la base de un barranco, un cohete de juguete es propulsado desde $t = 0$ s con una aceleración neta $a(t) = a_0 - a_1 t$, donde $a_0$ y $a_1$ son constantes positivas. Simultáneamente, en $t = 0$, una piedra es liberada desde lo alto del barranco a una altura $h$ respecto a la base de este. Si se conoce que la piedra golpea al cohete cuando el cohete alcanza su máxima altura, determine una expresión para la altura $h$ en términos de las constantes $a_0, a_1$ y $g$, donde $g$ es la aceleración gravitacional. Desprecie por completo la resistencia del aire.
R: $\frac{2a_0^2}{a_1^2}\left(\frac{a_0}{3} + g\right)$




6. La posición de una partícula que se mueve a lo largo de una línea recta está definida por la relación $x = t^3 - 6t^2 - 15t + 40$, donde $x$ se expresa en m y $t$ en s. Determine en el intervalo de $0$ a $6$ s: a) los intervalos de tiempo durante los cuales el movimiento es: acelerado, retardado, b) la distancia recorrida por la partícula.
R: $110$ m

7. La aceleración de un cuerpo que se mueve a lo largo de una línea recta está dada por $a_x = 4 - t^2$, donde $a_x$ se encuentra en m/s² y $t$ en segundos. Encuentre las expresiones de la velocidad y la posición en función del tiempo, suponiendo que para $t = 3$ s, $v_x = 2$ m/s y $x = 9$ m.

R: $v_{xt} = 4t - \frac{t^3}{3} - 1$ m/s, $x_t = 2t^2 - \frac{t^4}{12} - t + 0.75$ m

8. Una partícula se mueve a lo largo del eje $x$. Su posición está dada por la ecuación $x = 2 + 3t - 4t^2$, con $x$ en metros y $t$ en segundos. Determine: a) el instante cuando cambia de dirección el movimiento, b) su velocidad cuando regresa a la posición que tenía en $t$ = 0 s. R: a) $t = 0.375$ s, b) $v_x = -3$ m/s

9. Una partícula parte del reposo en el origen y experimenta una aceleración $a_x = \frac{k}{(x+4)^2}$, con $a$ en m/s², $x$ en metros y $k$ es una constante. Si se sabe que la velocidad de la partícula es $4$ m/s cuando $x = 8$ m, determine: a) el valor de $k$, b) la posición de la partícula cuando $v_x = 4.5$ m/s, y c) la velocidad máxima de la partícula. R: a) $k = 48$ m³⁄s² b) $x = 21.6$ m, c) $v_{máx} = \sqrt{24}$ m/s

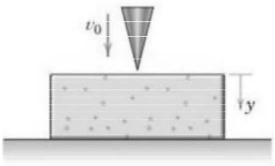
10. Una partícula realiza un movimiento acelerado unidimensional con $a = \frac{1+v^2}{v}$, $v > 0$. Si en $t = 0$ s la partícula se encuentra en el origen de coordenadas moviéndose con $v = 1$ m/s, encuentre: a) la velocidad en función del tiempo y b) la aceleración cuando $t = 0$ s. R: a) $v_t = \sqrt{2e^{2t} - 1}$, b) $a_0 = 2$ m/s²

11. Un proyectil atraviesa horizontalmente una pared vertical homogénea de espesor $d$. El proyectil ingresa a la pared con rapidez $v_0$ y sale con rapidez $v_f$. La desaceleración que se produce al interior de la pared es $a = -kv^2$, donde $v$ es la rapidez del proyectil. Determine el valor de $k$ y el tiempo que demora el proyectil en atravesar dicho medio. R: $k = \frac{1}{d}\ln\frac{v_0}{v_f}$, $t = \left(\frac{v_0 - v_f}{v_0 v_f}\right)\frac{d}{\ln\frac{v_0}{v_f}}$

12. Se dispara un proyectil verticalmente hacia abajo en un medio fluido con una velocidad inicial de $60$ m/s. Debido a la resistencia del fluido, el proyectil experimenta una aceleración $a = -0{,}4v^3$, donde $v$ está dada en m/s. Determine la velocidad del proyectil y su posición $4$ s después del disparo.

R: $\vec{v} = 0.56\,\vec{j}$ m/s, $\vec{r} = 4.43\,\vec{j}$ m

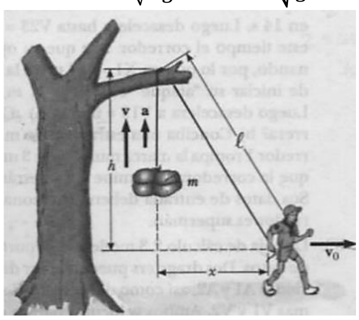
13. Una bala en forma cónica golpea un material de empaquetamiento con una velocidad $v_0$ como se muestra en la figura. La aceleración de la bala dentro del material se describe por la ecuación $a = g - cy^2$, donde $c$ es una constante positiva y $y$ es la distancia que penetra la bala en el material. Si la profundidad máxima de penetración observada es $y_m$, determine el valor de la constante $c$. R: $c = \frac{3}{y_m^3}\left(gy_m + \frac{1}{2}v_0^2\right)$




14. Una pelota se lanza verticalmente hacia arriba con una rapidez inicial $v_0$ y experimenta una aceleración $a = -(g + kv^2)$, donde $g$ es la magnitud de la aceleración de la gravedad, $k$ es una constante y $v$ es la rapidez de la pelota. De ser necesario, puede asumir como conocido el resultado de la integral: $\int \frac{dx}{a^2+x^2} = \frac{1}{a}arctan\left(\frac{x}{a}\right) + C$. Determine la altura máxima que alcanza la pelota y el tiempo de subida.

R: $y_{máx} = \frac{1}{2k}\ln\frac{g+kv_0^2}{g}$, $t_{subida} = \frac{1}{\sqrt{kg}}\arctan\left(\sqrt{\frac{k}{g}}v_0\right)$

15. Con el fin de proteger su alimento de osos hambrientos, un niño eleva su paquete de comida con una cuerda que lanza sobre la rama de un árbol de altura $h$. El niño camina alejándose de la cuerda vertical con velocidad constante de magnitud $v_0$ mientras sostiene en sus manos el extremo libre de la cuerda. a) Demuestre que la rapidez $v$ del paquete de comida es $x(x^2 + h^2)^{-1/2}v_0$, donde $x$ es la distancia que el niño ha caminado alejándose de la cuerda vertical. b) Demuestre que la aceleración $a$ del paquete de comida es $h^2(x^2 + h^2)^{-3/2}\,{v_0}^2$.

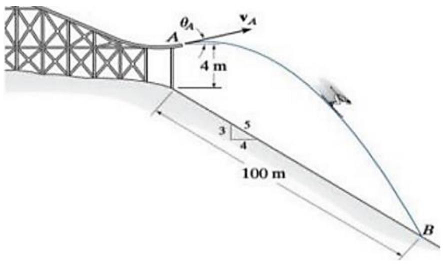



16. Un proyectil se dispara en tal forma que su alcance horizontal es igual a tres veces su altura máxima. ¿Cuál es el ángulo de lanzamiento inicial? R: $\theta_0 = 53.13^0$

17. Un jugador de futbol patea una roca horizontalmente de un montículo de $40$ m de alto en un estanque. Si el jugador escucha el sonido del chapoteo $3$ s después, ¿cuál fue la rapidez inicial dada a la roca? Suponga que la rapidez del sonido en el aire es $343$ m/s. R: $v_0 = 9.9$ m/s

18. Una pelota resbala por un tejado que forma un ángulo de $30^o$ con la horizontal y al llegar a su extremo, queda en libertad con una velocidad de $10$ m/s. La altura del edificio es $60$ m y el ancho de la calle a la que vierte el tejado es $30$ m. Determine: a) Las ecuaciones del movimiento de la pelota al quedar en libertad y la ecuación de la trayectoria. b) ¿Llegará directamente al suelo o chocará antes con la pared opuesta? c) La posición en que se encuentra cuando su velocidad forma un ángulo de $45^o$ con la horizontal. R:a) $\vec{r_t} = (8.66\vec{\imath} - 5\vec{\jmath})t - 4.9\vec{\jmath}t^2$ m, $\vec{v_t} = 8.66\vec{\imath} - (5 + 9.8)\vec{\jmath}t$ m/s, $\vec{a_t} = -9.8\vec{\jmath}$ m/s$^2$; $y = -0.577\,x - 0.0653\,x^2$ , b) suelo, c) $\vec{r} = 3.2\vec{\imath} - 2.5\vec{\jmath}$ m

19. Se observa que el esquiador deja la rampa en $A$ con un ángulo $\theta_A = 25^o$. Si golpea en $B$, determine la rapidez inicial $v_A$, y el tiempo que le toma en ir de $A$ hasta $B$. R: $v_A = 19.41$ m/s, $t = 4.5$ s




20. Una partícula se mueve en el espacio con una velocidad dada por: $\vec{v} = e^t\vec{\imath} + mt^2\vec{\jmath} - \frac{1}{3}t^3\vec{k}$ m/s, siendo $m$ una constante. Calcule el vector posición de la partícula en función de $t$, sabiendo que en el instante $t = 0$ s la partícula se encuentra en el punto $(0, 0, 1)$ m. R: $\vec{r} = (e^t - 1)\vec{\imath} + \frac{mt^3}{3}\vec{\jmath} + (1 - \frac{t^4}{12})\vec{k}$

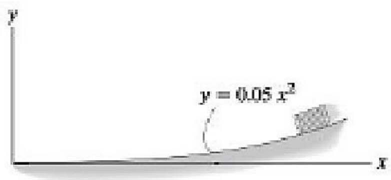
21. La posición de una partícula está dada por la función $\vec{r} = 2\sin(2t)\,\vec{\imath} + \frac{1}{2}\cos(2t)\,\vec{\jmath}$ m. Determine: a) la velocidad y la aceleración para $t = \pi/3$ s, b) la ecuación de la trayectoria.
R: a) $\vec{v} = -2\vec{\imath} - 0.87\vec{\jmath}$ m/s, $\vec{a} = -6.93\vec{\imath} + \vec{\jmath}$ m/s$^2$, b) $\frac{x^2}{4} + 4y^2 = 1$

22. Un punto se está moviendo con rapidez constante de $3$ pies/s. La velocidad tiene una dirección tal que hace un ángulo de $(\pi/2)t$ radianes con el eje positivo de las $x$. Si $x = y = 0$ pies cuando $t = 0$ s, encuentre la ecuación de la trayectoria de la partícula. R: $\frac{\pi^2}{6^2}x^2 + \left(1 - \frac{\pi}{6}y\right)^2 = 1$

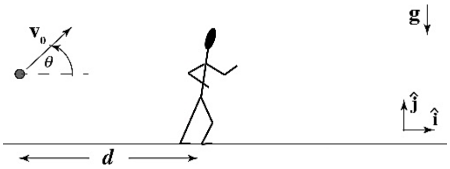
23. La velocidad de una partícula está dada por $\vec{v} = t\vec{\imath} + \sqrt{2t}\,\vec{\jmath} + \vec{k}$ m/s, donde el tiempo $t$ está dado en segundos. Determine el desplazamiento y la distancia recorrida por la partícula de $0$ a $10$ segundos. R: $d = 60$ m

24. Una partícula que se mueve de derecha a izquierda, sobre la trayectoria $y = \frac{x^2}{2} - 2x + 5$, tiene la componente en $x$ de su velocidad constante e igual a $4$ m/s. Determine para $x = 1$ m, la posición, la velocidad y la aceleración de la partícula. R: $\vec{r} = \vec{\imath} + 3.5\vec{\jmath}$ m, $\vec{v} = 4\vec{\imath} - 4\vec{\jmath}$ m/s, $\vec{a} = 16\vec{\jmath}$ m/s$^2$

25. Una caja se desliza por la pendiente dada por la ecuación $y = 0.05x^2$ m, donde $x$ está en metros. Si la componente en $x$ de la velocidad y de la aceleración de la caja son $v_x = -3$ m/s y $a_x = -1.5$ m/s$^2$, respectivamente, cuando $x = 5$ m, determine las componentes en $y$ de la velocidad y la aceleración en ese instante.
R: $v_y = -1.5$ m/s, $a_y = 0.15$ m/s$^2$




26. Una pelota es lanzada sobre la cabeza de una persona ubicada a una distancia $d$ horizontal del punto de lanzamiento de la pelota. La pelota es lanzada con una rapidez $v_0$ m/s y un ángulo $\theta$ rad con respecto a la horizontal. En el momento en que la pelota es lanzada, la persona empieza a correr con una aceleración variable cuya componente en el eje $x$ está dada por $2a_0t$, donde $a_0$ es una constante positiva. La persona atrapa la pelota a exactamente la misma altura desde la que fue lanzada. Asuma que la resistencia del aire es despreciable y que la magnitud de la aceleración de la gravedad está dada por $g$. Determine la distancia $D$ sobre el eje $x$ que recorre la persona desde el lanzamiento de la pelota hasta que la atrapa. R: $D = \frac{8\,a_o v_0^3\,sin^3\,\theta}{3\,g^3}$



27. Una partícula se mueve de izquierda a derecha sobre la trayectoria $y = 3x^2 - 2x + 4$ m, con una rapidez constante de $5$ m/s. Determine la velocidad y la aceleración de la partícula cuando $x = 2$ m.

R: $\vec{v} = 5\left(\frac{1}{\sqrt{101}}\vec{\imath} + \frac{10}{\sqrt{101}}\vec{\jmath}\right)$ m/s, $\vec{a} = \frac{150}{101^2}(-10\vec{\imath} + \vec{\jmath})$ m/s²

28. El movimiento de una partícula se define mediante las ecuaciones $x = (t^2 - 8t + 7)$ m y $y = (0.5t^2 + 2t - 4)$ m, donde $t$ es el tiempo en s. Determine: a) al instante $t = 0$ s el tipo de movimiento de la partícula, b) el instante en el que la partícula alcanza su rapidez mínima, c) la velocidad mínima alcanzada por la partícula. R: a) curvilíneo, b) $2.8$ s, c) $-2.4\vec{\imath} + 4.8\vec{\jmath}$ m/s

29. Cuando una partícula cae desde el reposo a través del aire, experimenta una aceleración dada por: $a = \frac{g}{b^2}(b^2 - v^2)$ m/s², donde $g$ es la magnitud de la gravedad y es constante, $b$ es un valor constante dado en m/s y $v$ es la rapidez de la partícula en m/s. Determine: a) el tiempo requerido para que la rapidez de la partícula sea $v = b/2$, b) a que distancia desde donde se soltó la partícula, su rapidez será $v = b/2. Puede\ usar: \int \frac{du}{a^2-u^2} = \frac{1}{2a}\ln\left|\frac{u+a}{u-a}\right| + C$ R: a) $\frac{b}{2g}ln(3)$, b) $\frac{b^2}{2g}ln(\frac{4}{3})$

30. Para una partícula que se mueve en el plano $xy$ por la trayectoria $y = x^2 - x - 2$, donde $x$ y $y$ están en m, se conoce que $v_x = 2x$ m/s y que cuando $t_0$=0 s, $x_0 = 1$ m. Al instante $t = 0.5$ s, determine: a) la componente de la velocidad $v_y$, b) la relación $a_y/a_x$. R: a) $2e(2e - 1)$ m/s, b) $4e - 1$